

「周波数オークションに関する 懇談会」資料

九州大学 大学院
システム情報科学研究所
情報学部門
横尾 真

<<http://agent.inf.kyushu-u.ac.jp/~yokoo>>

ゲーム理論とは？

- 相互作用を及ぼす複数の主体の振る舞いに関する理論
- ジョン・フォンノイマンを始祖とする応用数学の一分野
- オークションを含む，集団の意思決定方式の解析／設計に利用可能（この場合，制度設計／メカニズムデザイン理論とも呼ばれる）

ゲーム理論によるオークションの解析

- 数学の一分野であり理論は精緻
- 前提条件を受け入れる限り, 理論が導く結論は論理的に正しい
- 現実の状況に理論を適用する際には, 前提条件がどの程度正しいかをチェックする必要
- ある程度理想化された前提条件がないと有用な結論が導けない
- しかし,
 - 前提条件が厳密に成立しない場合でも近似解としては十分意味がある(ニュートン力学 vs. 剛体力学 vs. 量子力学)
 - 現実の人間を用いた被験者実験でも, 多くの場合, 理論の導く結論が支持されている

ゲーム理論によるオークションの解析 (単一財のオークション)

- もっとも単純な一つだけの商品が売られる場合を考える

前提条件:

- 各入札者は、自分にとっての商品の価値を曖昧性なく知っている(入札者の評価値と呼ぶ)
- 入札者が落札した場合のうれしさ(効用)は、落札できない場合を基準点の0として、
評価値－落札額 で与えられる(例えば、評価値1万円の商品を8000円で落札できれば、効用は2000円)

単一財のオークション

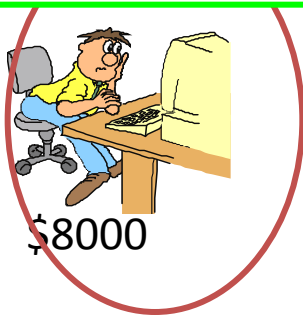
前提条件に関する注意点：

- 評価値が1万円と言う場合，1万円で落札してもうれしくない（効用は0で，落札できない場合と同じ）
- 自分が勝つか負けるだけに興味がある（負けるなら誰が落札しても同じ）
- 後で転売することは考慮していない
 - 転売するなら，商品の価値は自分の価値観だけでは決まらず，他者の評価値に依存する
- 評価値に関する異なるモデルを用いた一連の研究も存在
 - 参加者は，商品の本当の価値に関する，ノイズ／エラーを含んだ推定値を持っている
 - 勝者の災い：勝者となるのは，もっとも甘い推定値を持つ入札者で，本当の価値よりも高値で落札して損をする

Vickrey入札

- 最高値の入札者が落札
- 支払う金額は二番目に高い入札値

二番目に高い入札値
(\$7000) を支払う



Vickrey入札の性質

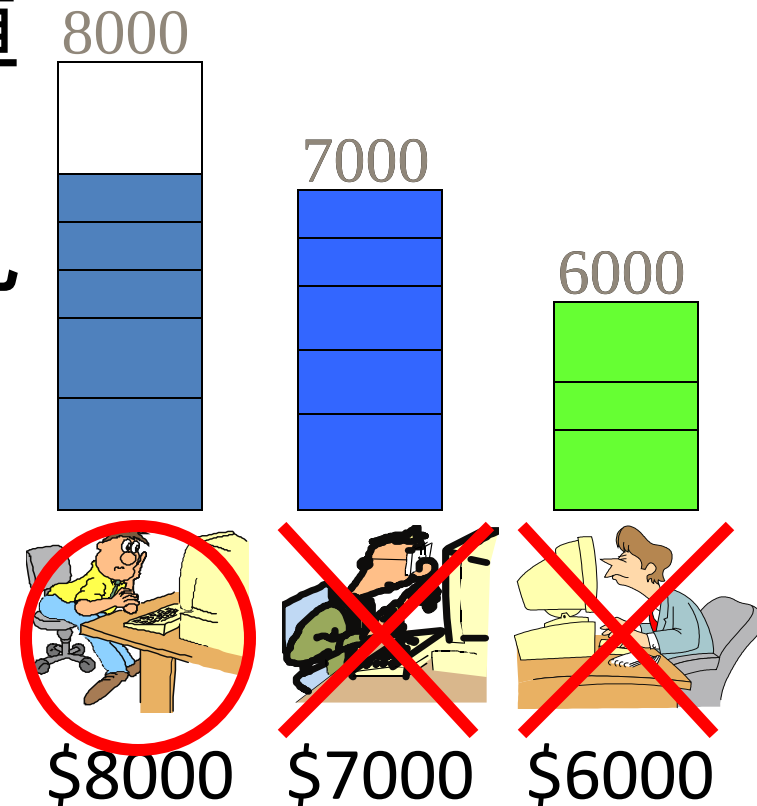
- 自分の評価値を入札することが、他者の行動に関わらず最適
- 全員が上記の最適戦略を取った場合、最も評価値の高い入札者が落札 --- 猫に小判とならないという意味で、社会的に最適な結果
- 事前に他者の入札値を知っても利益にならない
- 同様の方式が、検索エンジンのキーワード連動広告で用いられている --- 実は世界でもっとも頻繁に用いられているオークション方式?

英国型(競り上げ式)

- 各入札者の付け値は公開される。自分の付け値を増やすことができる。だれも値の変更を望まなくなった時点で、最高値の入札者が落札
- (ほぼ)最適な戦略: 自分の付け値が最高値で無い場合、現時点での最高値から少額だけ競り上げ続け、自分の評価値に達したら降りる

英国型（競り上げ式）

- 全員が最適戦略を取った場合，最も高い評価値を持つ人が，二番目に高い評価値+少額で落札
- 落札者に関する性質も Vickreyと同じ



第一価格秘密入札

- 各入札者は他者の付け値を知らされずに入札する。最も高い付け値をつけた入札者が、その付け値で落札
- 入札者にとって、最適な戦略を決めることが難しい
 - 評価値からディスカウントした額を入札しないと利益が出ないが、ディスカウントしすぎると勝つ確率が減る
- 他者の評価値の正確な値は分からないが、確率分布を互いに知っている場合は、(かなり弱い意味で)最適な戦略の組合せを計算することができる

オークション方式の比較

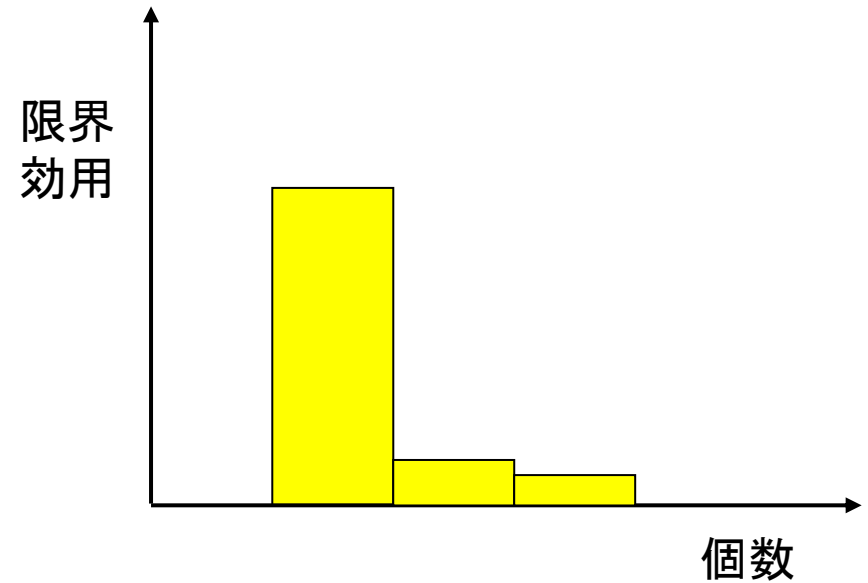
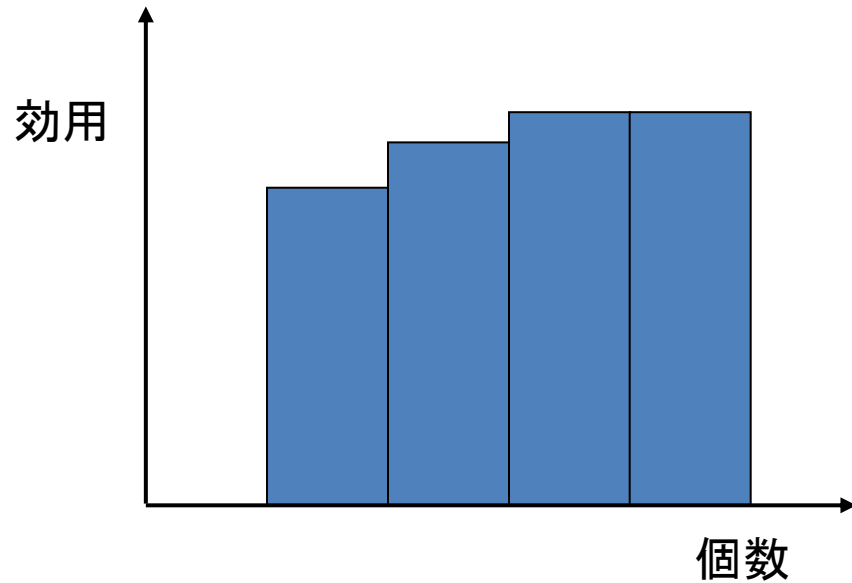
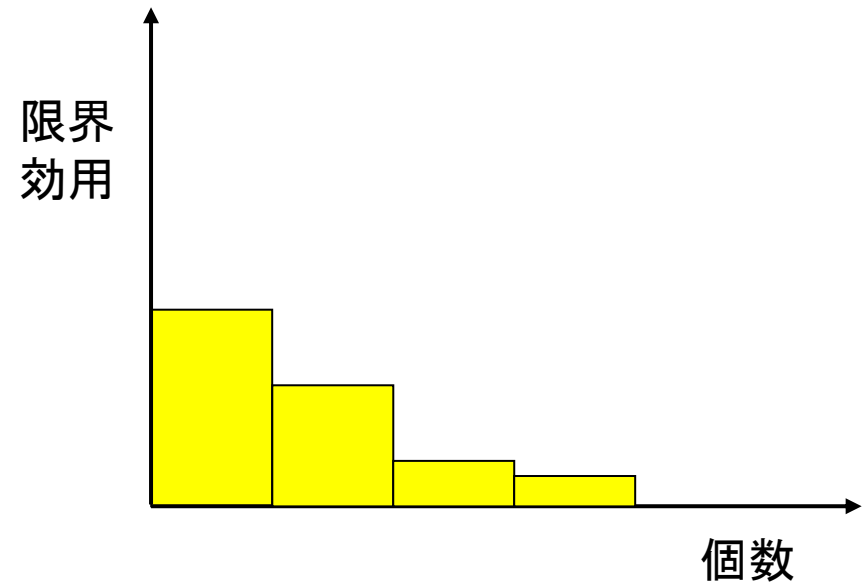
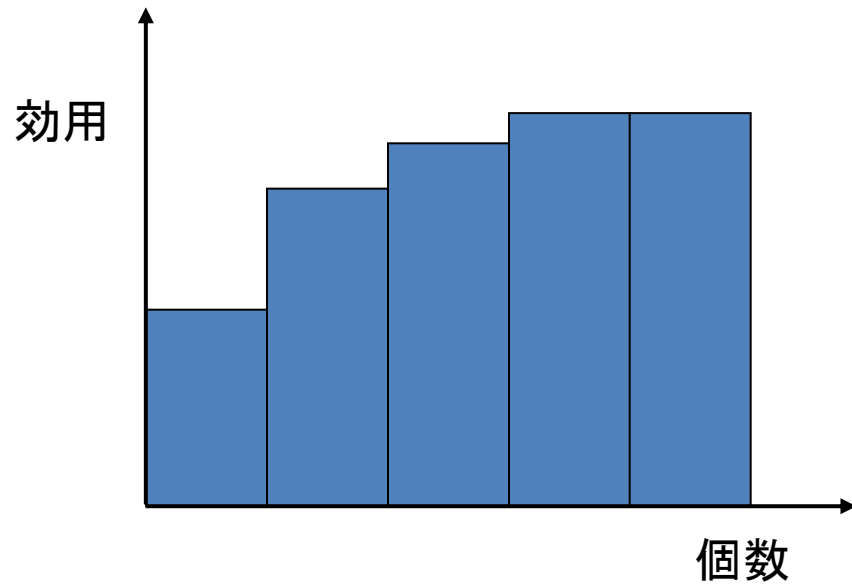
- 収入同値定理*: 参加者が最適な戦略を取った場合, 売手の収入の期待値は, どの方式を用いても同じ
 - 一番高い評価値を持つ参加者が勝ち, 支払額の期待値も同じ
- 第一価格秘密入札に関しては, 定理が成立するための前提条件がかなり厳しい
 - 参加者が互いの評価値の分布を知っており, 賢く入札額を最適化する必要がある
- 英国型とVickreyに関しては, 簡単な最適戦略がある
- Vickrey/秘密入札方式では, 入札者はオークションが開始する時点ですべてを決定しておく必要がある. 英国型／競り上げ式では段階的な意思決定が可能

*W. Vickrey, 'Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders', Journal of Finance, 16 (1), pp. 8-37, 1961.

単一財複数ユニットオークション

- 地域分割をせず，周波数帯域を複数のチャンネルに分割するなら，同じ種類の複数個の商品が同時に販売される，単一財複数ユニットオークションと考えることができる
- 追加の1ユニットの価値が減少していく場合（限界効用逓減）は理論的に扱いやすい
 - 本やCD: 最初の1ユニットは価値がある，2つ目以降は価値が小さい
 - どうしても2ユニット必要等の場合は，限界効用逓減ではない（最初の1ユニットだけの価値は0，2つ目で価値が増える）

効用／限界効用



競り上げ式複数ユニットオークション (統一価格方式)

1. 主催者が現在の単位価格をアナウンス
 2. 入札者は、現在の単位価格で、買いたい個数を表明(これらの和を総需要と呼ぶ)
 3. 総需要＝販売個数なら終了, 現在の単位価格で販売, そうでなければ単位価格を増加させて1に戻る
- 英国型の単純な拡張と考えられる
 - 総需要<販売個数になってしまった場合, 中間の単位価格でやり直す, もしくは同時に需要を下げた入札者間で比例配分

統一価格方式の実行例

2人2財のオークションを考える

限界効用	入札者A	入札者B
1つ目	\$5	\$6
2つ目	\$3	\$6

単位価格	Aの需要	Bの需要
\$0	2単位	2単位
\$3	1単位	2単位
\$5	0単位	2単位

- 単位価格\$0でA, Bは2単位ずつを申告
- 主催者は総需要と販売個数が一致するまで価格を競上げる
- \$5でBが2単位獲得
- Bは $(\$6 + \$6) - (\$5 + \$5) = \$2$ の効用を得る

統一価格方式の性質

- 限界効用逓減を仮定しても、英国型の良い性質（簡単な最適戦略がある等）をすべて引き継いでいる訳ではない
- 需要を過少申告した方が良い場合がある

限界効用	入札者A	入札者B
1つ目	\$5	\$6
2つ目	\$3	\$6

単位価格	Aの需要	Bの需要
\$0	2単位	2単位
\$3	1単位	1単位
\$5	0単位	1単位

- Bは\$3で需要を過少申告すれば、すぐにオークションは終了
- Bの効用は $\$6 - \$3 = \$3$ で、\$5で2ユニット買うより良い
- 無理して競るより、早めに妥協したほうが良い

Ausubelの競り上げオークション方式*

英国型の利点を引き継ぐように統一価格方式の欠点を解消した方式

限界効用	入札者A	入札者B
1つ目	\$5	\$6
2つ目	\$3	\$6

単位価格	Aの需要	Bの需要
\$0	2単位	2単位
\$3	1単位	2単位
\$5	0単位	2単位

- 各参加者に対して、販売個数－他者の総需要を、この参加者に対する保証供給量と呼ぶ
- 保証供給量 (の増分)を、今の単位価格で買うことを許す
- \$3で、Bの保証供給量は1
- Bは1ユニットを\$3で、さらに1ユニットを\$5で得る

Ausubelオークションの性質

- 限界効用逓減の場合，需要を過大／過少申告しても利益がない
- 価格の高騰をある程度抑えられる
 - 10ユニットを，6ユニット欲しい二人が競っている場合，それぞれ4ユニット分の落札額は抑えられる
- 一人の買手に関して，1ユニットあたりの価格は変化する
- 異なる買手に関して，1ユニットあたりの支払額が異なる可能性もある

限界効用が逓減でない場合

- Vickrey-Clarke-Groves (VCG) メカニズム
 - Vickrey入札の良い性質を完全に引き継いでいるが、一回限りの秘密入札で、入札方法および勝者／支払額の決定方法等が複雑
- Clock-Proxy Auction*
 - 二段階のオークション: まず、統一価格方式を実施し、引き続き、代理ソフトウェア (proxy) を用いたオークションを行う
 - 英国の第四世代の周波数オークションが類似の形式
- どちらも、異なる種類の商品が同時に売られるオークションのために開発されたもので、単一財複数ユニットオークションに用いるには、やや煩雑に過ぎる

* L. Ausubel, P. Cramton, P. Milgrom, 'The Clock-Proxy Auction: A Practical Combinatorial Auction Design, in Combinatorial Auctions, MIT Press, 2006.

周波数オークションのモデル化

- 限界効用逓減を仮定できるか?
- 獲得ユニット数がある程度大きくなれば, 限界効用逓減と考えるのは自然
- 獲得ユニット数が少ない範囲では微妙
 - ある程度の個数のチャンネルを得ていないと, 意味のあるサービスが提供できない等
 - Ausubelの競り上げオークション方式では, 半端で無価値な個数が割り当てられる可能性
- ある一定個数までは必ず必要, それ以上は限界効用逓減の場合, Ausubel方式の修正で対応可能だと思われる
 - 最低必要個数に達していない場合はキャンセルを許す
 - キャンセルされたユニットを適切な価格で再配分する
 - ほとんどの場合, VCGメカニズムと同じ結果が得られる

その他の課題

- 理論的な解析が現実には生じる結果の予想として成立するためには、ある程度、前提条件が満たされている必要がある
- 前提条件：各参加者は商品に対する自分の評価値を曖昧性なく知っている
 - 正確には何をオークションしているのかを、事前に明確にすべき
 - 独占的な利用権？ 後で追加の使用料が生じる？
 - ここで勝たないとサービスができない？ 負けても勝者から借りることができる？ 勝っても敗者に貸す義務がある？ その費用は？
 - 転売は可能？

まとめ

- ゲーム理論を用いたオークション方式の解析は(前提条件に注意すれば)有用
- 前提条件がそれなりに成立するためには, 様々な条件を事前に明らかにして, 不確実性を減らしておくべき
- 不確実性をすべて取り除くことは一般には不可能. オークションが開始する時点ですべてを決定する必要のある一回限りの秘密入札よりは, 競り上げ式や二段階方式等の, 段階的に意思決定が可能な方式の方が望ましい
- 限界効用逓減が仮定できるなら, Ausubelの競り上げオークション方式が理論的には優れている
- 限界効用逓減が仮定できない場合, 既存の理論的に優れた方式はやや煩雑. 同種の複数のチャネルに関する周波数オークションに特化した, 新しい方式 (Ausubel方式の修正等) を検討することが望ましい