席上配布資料1

第2回　国民経済計算体系的整備部会準備会合資料

平成 30 年3月 22 日

国民経済計算体系的整備部会懇談会資料（平成 29 年 12 月 11 日）

- QE推計における需要側統計と供給側統計の統合比率に関する検証結果（関根委員提出資料）
- SNA部会懇談会資料（内閣府提出資料）

第1回　国民経済計算体系的整備部会準備会合資料（平成 30 年2月 19 日）

- 本日の議論のポイントと今後の進め方について（宮川部会長提出資料）
- 統合比率について（内閣府提出資料）
- 年次推計値及び四半期推計値の整合性（補正していないケース）について（内閣府提出資料）
- QE推計の包括的な見直しの方向性について（内閣府提出資料）
- 統合比率に関する追加検証（関根委員提出資料）
- QE需要側・供給側推計値の統合比率の検証（関根委員提出資料）
- 国民経済計算体系的整備部会・懇談会（12月11日）：補足説明資料（総務省統計委員会担当室提出資料）
- GDP統合に関するメモ（西郷委員提出資料）

2017 年 11 月 28 日
関　根　敏　隆

QE推計における需要側統計と供給側統計の統合比率に関する検証結果

１．統合比率の再現可能性

・ 2017 年 11 月 22 日に内閣府から受領したデータをもとに最小二乗法を用いて統合比率を推計すると、家計消費・設備投資ともに、10 月 25 日の第 7 回国民経済計算体系的整備部会（以下、ＳＮＡ部会）で示された統合比率が再現された（図表１）。

―― ただし、設備投資の乖離はＳＮＡ部会資料の結果とは一致しなかった（図表１）。

・ なお、以下の点について、推計データの妥当性を再確認する必要があるように思われた。

① 設備投資については、受領データとＳＮＡ部会資料に掲載されたグラフに差が生じた（図表２）。受領データから統合比率を再現できたことを勘案すると、統合比率の推計自体には問題はないが、ＳＮＡ部会に提出された資料上のグラフは、「設備投資（除くＲ＆Ｄ等）」でなかった可能性が考えられる。

② 家計消費の年次推計値は、公表されている「国内家計最終消費支出（含む共通推計品目）」と一致した（図表３）。ＳＮＡ部会資料の注記では、自動車・飲食サービス等を除外した年次推計値を使用して統合比率を算出することとなっており、矛盾するものと思われる。

２．推計された統合比率の頑健性

・ 次に、受領データを用いて、①統合比率の有意性の確認、②ローリング推計等による安定性検証、③統合比率について係数制約を外した場合の統合比率の推計、を行った（図表４、５）。

（統合比率の有意性）

・ 家計消費については、パラメータの標準誤差が大きく、需要側のウエイト（α）は 10%水準でようやく有意との結果が得られた（図表４（1））。

・ 一方、設備投資は、需要側のウエイト（α）は 1%水準で有意となった。

（安定性検証）

・ ローリング推計の結果をみると、家計消費、設備投資ともに推計期間によってパラメータは大きく変わり、統合比率は極めて不安定である（図表４（2））。

―― 特に推計期間前半のサブサンプル（期間①や②）を用いた推計では、家計消費、設備投資ともに需要側のウェイト（α）は統計的に有意ではない。

（統合比率について係数制約を外した場合の結果）

・ 現在の統合比率は、需要側推計値と供給側推計値にかかるウェイトの合計が１になる制約を付して推計を行っている。もっとも、ＱＥ値と年次推計値との乖離が最小化される統合比率を導出するという目的に照らせば、こうした制約を外すことも考えられる。

・ こうした問題意識に立ち、代替的なアプローチとして、統合比率についてパラメータ制約を付さず、需要側のウェイト（α）と供給側のウエイト（β）を推計した（図表５（1））。

・ 家計消費については、①需要側のウェイト（α＝0.1111）は統計的に有意とならないほか、②$\alpha+\beta=1$という制約条件は統計的に棄却された（Wald テスト）。

―― 本手法による乖離は 0.349%ポイントと、ＳＮＡ部会資料上の乖離（0.388%ポイント）から改善した。

―― なお、$\alpha+\beta=1$という制約をかけない場合には、推計に定数項（ｃ）を入れる必要があるが、統計的に定数項は有意とはならなかった（図表５（2））。そこで、供給側推計値のみで単回帰したところ、供給側ウェイト（β）は 0.8070 となり、乖離も 0.347%ポイントに縮小した（図表５（1））。

・ 設備投資については、①需要側のウエイト（α）と供給側のウエイト（β）はともにＳＮＡ部会資料の推計結果よりも小さくなったほか、②乖離幅も縮小した（図表５（1））。

―― 設備投資に関しても、$\alpha+\beta=1$という制約条件が統計的に棄却された。

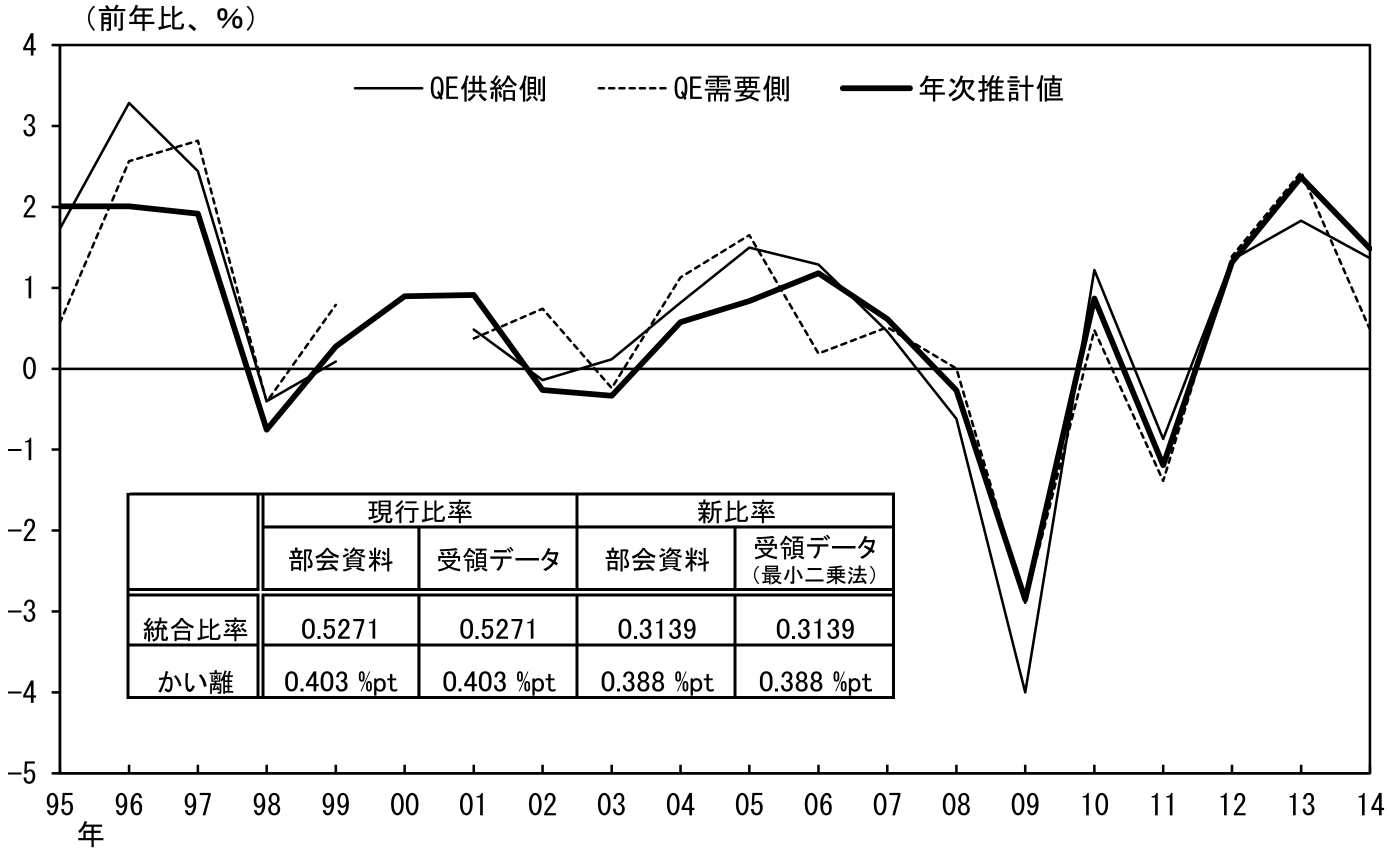
・ 以上の結果を踏まえると、供給側と需要側にかかるパラメータに制約をかけずに推計する代替的なアプローチの方が妥当と判断できる。

以 上

（図表１）

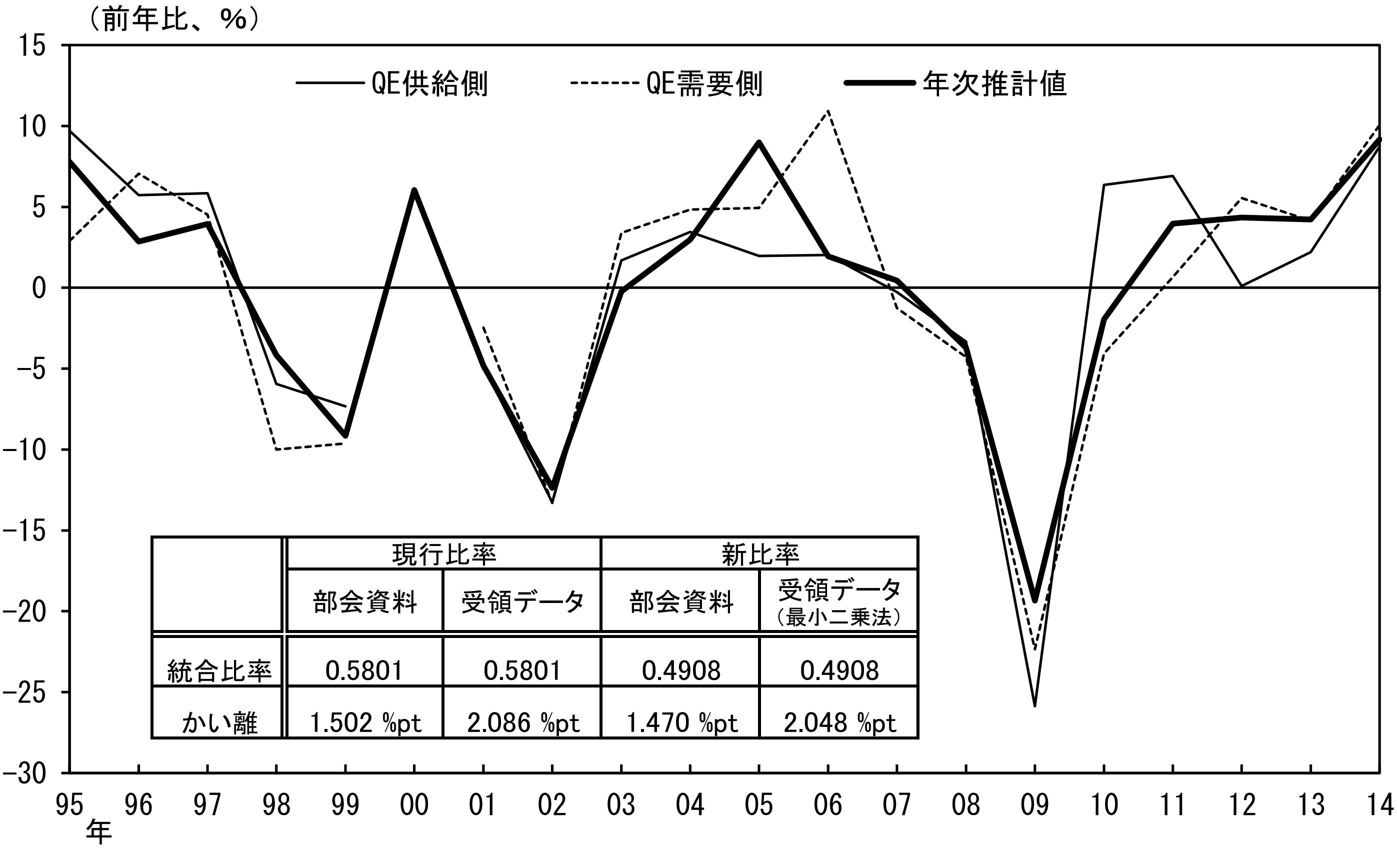
需要側・供給側推計値の動き（変化率）

（１）国内家計消費支出



	現行比率		新比率	
	部会資料	受領データ	部会資料	受領データ（最小二乗法）
統合比率	0.5271	0.5271	0.3139	0.3139
かい離	0.403 %pt	0.403 %pt	0.388 %pt	0.388 %pt

（２）設備投資（除くＲ＆Ｄ）



	現行比率		新比率	
	部会資料	受領データ	部会資料	受領データ（最小二乗法）
統合比率	0.5801	0.5801	0.4908	0.4908
かい離	1.502 %pt	2.086 %pt	1.470 %pt	2.048 %pt

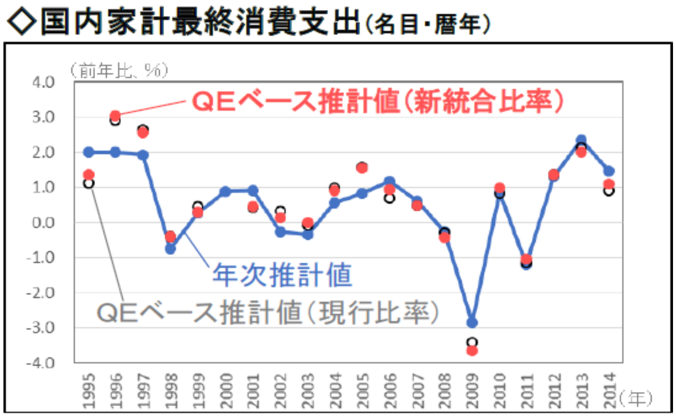
（注）需要側の統合比率。かい離は絶対値平均。
（出所）内閣府

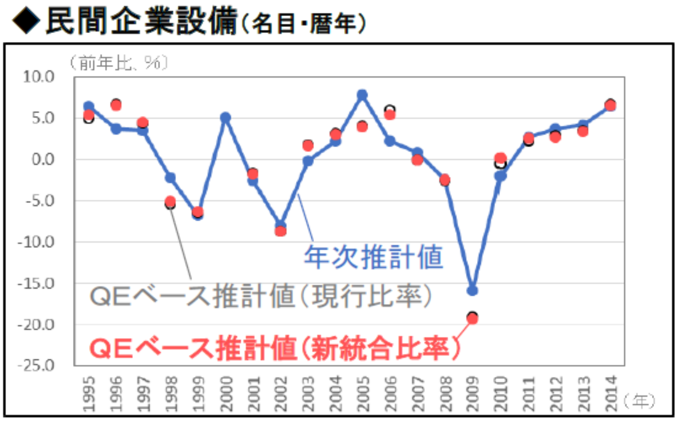
（図表２）

受領データとＳＮＡ部会資料との整合性（１）

（１）部会資料

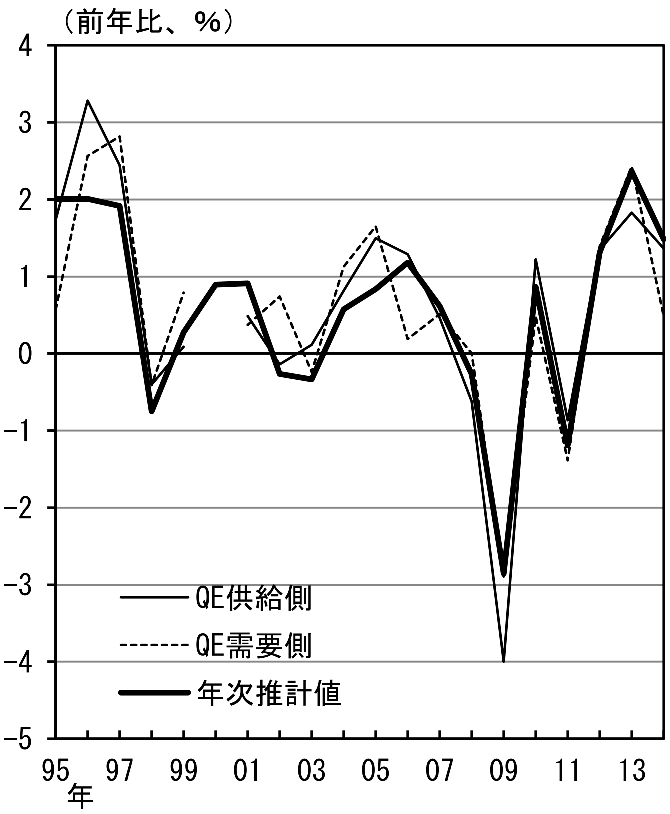
＜国内家計最終消費支出＞　＜設備投資＞

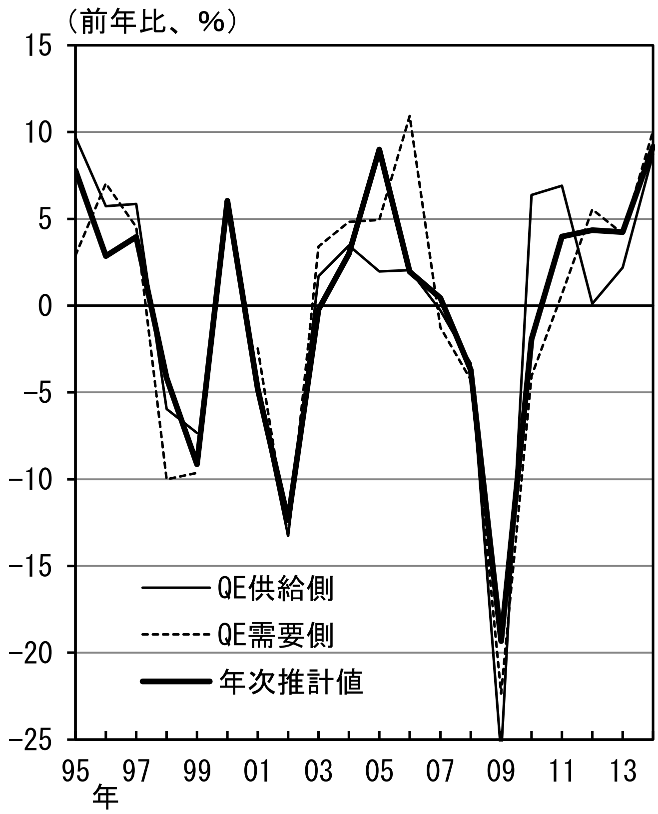




（２）受領データ

＜国内家計最終消費支出＞　＜設備投資＞

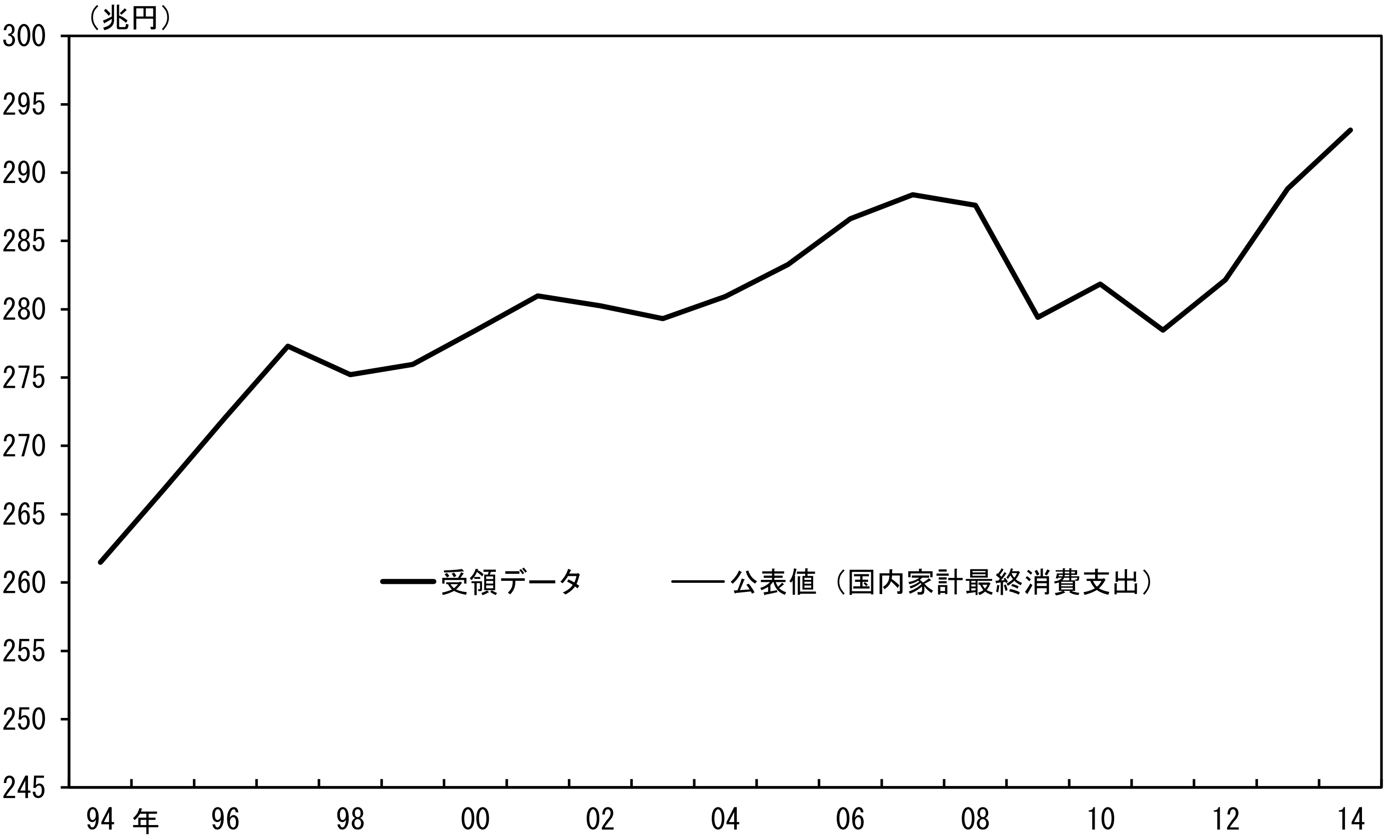




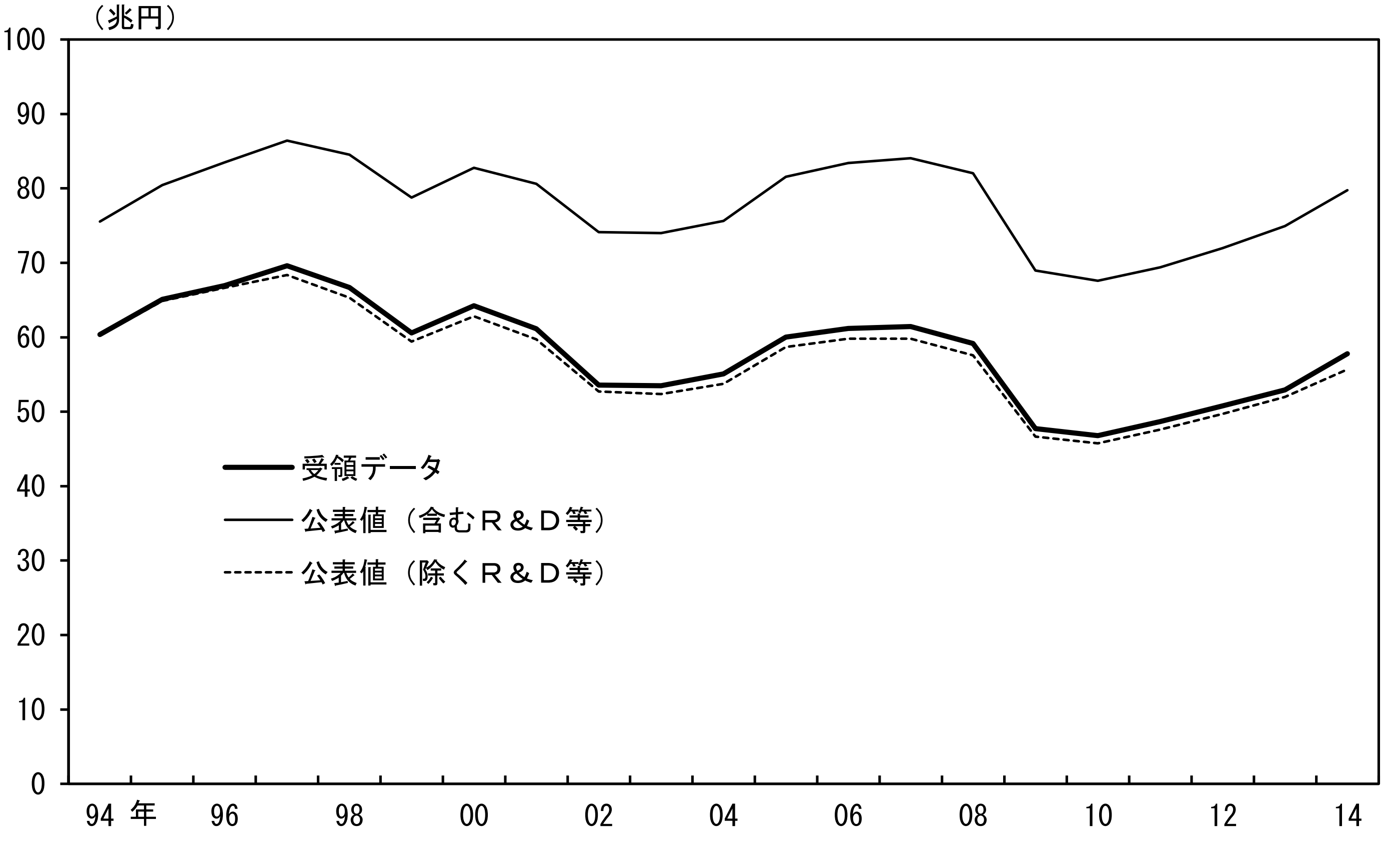
（出所）内閣府

受領データとＳＮＡ部会資料との整合性（２）

（１）消費データ（水準）



（２）設備データ（水準）



（注）（２）の公表値（除くＲ＆Ｄ等）は、年次推計の固定資本マトリックスを用いて、
民間総固定資本形成－民間住宅投資－民間知的財産生産物として計算。
（出所）内閣府

パラメータ（統合比率）の安定性

■ 以下のようにかい離の二乗和を最小化する$\hat{\alpha}$を推計し、求める統合比率を得る。（最小二乗法）

$$\hat{\alpha} = \arg\min_{\tilde{\alpha}} \sum_t [Y_t - \{\tilde{\alpha} D_t + (1-\tilde{\alpha}) S_t\}]^2$$

以下のモデルで計量分析ソフトによりOLSを用いてαを求めるのと同じ。

$$Y_t = \alpha D_t + (1-\alpha) S_t + \varepsilon_t$$

（１）推計結果＜係数制約あり＞

		係数	標準偏差	p値	かい離	Adj-R^2
国内家計最終消費支出	需要側（α ）	0.3139	0.1679	0.078 *	0.388	0.860
	供給側（1-α ）	0.6861	0.1679	0.001 ***		
設備投資	需要側（α ）	0.4908	0.1407	0.003 ***	2.048	0.867
	供給側（1-α ）	0.5092	0.1407	0.002 ***		

— ***は1%水準、**は5%水準、*は10%水準で有意。

（注）推計期間は1995年～2014年。ただし、2000年を除く。かい離は絶対値平均。

（２）ローリング推計＜係数制約あり＞

	フルサンプル 1995年 ～2014年	期間① 1995年 ～2005年	期間② 1997年 ～2007年	期間③ 2000年 ～2010年	期間④ 2002年 ～2012年	期間⑤ 2004年 ～2014年
国内家計最終消費支出 需要側（α ）	0.3139 *	0.1012	-0.0406	0.3849	0.4099 *	0.4237 **
設備投資 需要側（α ）	0.4908 ***	0.2832	0.1222	0.5671 **	0.5869 ***	0.6087 ***

— ***は1%水準、**は5%水準、*は10%水準で有意。

（出所）内閣府

（図表５）

統合比率の代替的なアプローチ

$$Y_t = c + \alpha D_t + \beta S_t + \varepsilon_t$$

（１）推計結果＜係数制約なし、定数項なし＞

		係数	標準偏差	p値	かい離	Adj-R^2
国内家計最終消費支出	需要側（α ）	0.1111	0.1680	0.5172	0.349	0.892
	供給側（β ）	0.7175	0.1480	0.0002 ***		
設備投資	需要側（α ）	0.4135	0.1327	0.0063 ***	1.914	0.890
	供給側（β ）	0.4334	0.1325	0.0045 ***		
（参考・単回帰）国内家計最終消費支出	供給側（β ）	0.8070	0.0588	0.0000 ***	0.347	0.895

― ***は1%水準、**は5%水準、*は10%水準で有意。

（注）推計期間は1995年～2014年。ただし、2000年を除く。かい離は絶対値平均。

（２）推計結果＜係数制約なし、定数項あり＞

		係数	標準偏差	p値	かい離	Adj-R^2
国内家計最終消費支出	需要側（α ）	0.0975	0.1739	0.5828	0.343	0.887
	供給側（β ）	0.7153	0.1514	0.0002 ***		
	定数項（c）	0.0559	0.1094	0.6165		
設備投資	需要側（α ）	0.4140	0.1368	0.0080 ***	1.917	0.883
	供給側（β ）	0.4332	0.1366	0.0059 ***		
	定数項（c）	0.0558	0.5802	0.9246		

― ***は1%水準、**は5%水準、*は10%水準で有意。

（注）推計期間は1995年～2014年。ただし、2000年を除く。かい離は絶対値平均。

（３）ローリング推計＜係数制約なし、定数項なし＞

	フルサンプル 1995年～2014年	期間① 1995年～2005年	期間② 1997年～2007年	期間③ 2000年～2010年	期間④ 2002年～2012年	期間⑤ 2004年～2014年
国内家計最終消費支出 需要側（α ）	0.1111	-0.1405	-0.0507	-0.0784	0.1137	0.2856
国内家計最終消費支出 供給側（β ）	0.7175 ***	0.8676 ***	0.8526 ***	0.7801 ***	0.6663 ***	0.6056 ***
設備投資 需要側（α ）	0.4135 ***	0.2613	0.1474	0.4633 *	0.4891 **	0.5228 **
設備投資 供給側（β ）	0.4334 ***	0.6522 *	0.7952 **	0.3646	0.3420 *	0.3150 *

― ***は1%水準、**は5%水準、*は10%水準で有意。

（出所）内閣府

国内家計最終消費支出

Model 1
$Y_t = 0.10D_t + 0.72S_t + 0.06$
$(0.17) \quad (0.15)^{***} \ (0.11)$
Dev: 0.343, Adj-R^2: 0.887, AIC: 1.316

Model 2
$Y_t = 0.11D_t + 0.72S_t$
$(0.17) \quad (0.15)^{***}$
Dev: 0.349, Adj-R^2: 0.892, AIC: 1.227

Model 3
$Y_t = 0.81S_t$
$(0.06)^{***}$
Dev: 0.347, Adj-R^2: 0.895, AIC: 1.147

Devは絶対値かい離幅の平均、
シャドーはEncompassing Testで
選択されたモデル

Model 2'
$Y_t = 0.31D_t + 0.69S_t$
$(0.17)^{*} \quad (0.17)^{***}$
Dev: 0.388, Adj-R^2: 0.860, AIC: 1.438

$\alpha + \beta = 1$の制約条件に関する
Wald Testは5%有意水準で棄却

設備投資

Model 1
$Y_t = 0.41D_t + 0.43S_t + 0.06$
$(0.14)^{***} \ (0.14)^{***} \ (0.58)$
Dev: 1.917, Adj-R^2: 0.883, AIC: 4.834

Model 2
$Y_t = 0.41D_t + 0.43S_t$
$(0.13)^{***} \ (0.13)^{***}$
Dev: 1.914, Adj-R^2: 0.890, AIC: 4.730

Model 3
$Y_t = 0.79S_t$
$(0.08)^{***}$
Dev: 2.059, Adj-R^2: 0.837, AIC: 5.076

Devは絶対値かい離幅の平均、
シャドーはEncompassing Testで
選択されたモデル

Model 2'
$Y_t = 0.49D_t + 0.51S_t$
$(0.14)^{***} \quad (0.14)^{***}$
Dev: 2.048, Adj-R^2: 0.867, AIC: 4.873

$\alpha + \beta = 1$の制約条件に関する
Wald Testは5%有意水準で棄却

SNA部会懇談会資料

平成29年12月11日

今回の見直しによる供給側・需要側推計値のシェア

家計消費

並行推計項目

供給側

35%程度
（統合比率：0.47→0.69）

需要側

15%程度
（統合比率：
0.53→0.31）

共通推計項目及び財貨・サービスの販売

50%程度

民間企業設備

並行推計項目

供給側

35%程度
（統合比率：0.42→0.51）

需要側

30%台前半
（統合比率：0.58→0.49）

共通推計項目

30%台前半

（注1）各項目の数字は、平成23年基準（新統合比率）における名目値ベースでのシェアを表す。

（注2）平成17年基準（旧統合比率）でのシェアは以下のとおり。

家計消費	供給側	30%程度	民間企業設備	供給側	35%程度
	需要側	30%程度		需要側	50%程度
	共通	40%程度		共通	15%程度

2

民間企業設備における提供データとSNA部会資料のデータの違いについて

- 今回の統合比率の推計に用いたデータ（提供データ）のうち系列Yに相当するものは、民間企業設備からソフトウェア、R&D、対家計民間非営利団体設備投資を控除したものである。当該系列のカバレッジは、供給側推計値S、需要側推計値Dに対応したものとなっている。
- SNA部会の資料に掲載された乖離幅の値及びグラフは、公表されている系列と同じレベルで推計結果のパフォーマンスを見るため、上記の推計に用いた諸計数に控除した各項目（いずれも年次推計値ベース）を加えて民間企業設備とした計数を使用している。

3

家計消費における提供データとSNA部会資料の説明の違いについて

- 今回の統合比率の推計に用いたデータ（提供データ）Y, D, Sには、ご指摘のとおり、いずれも共通推計項目が含まれている。
- SNA部会の資料の記述は、「共通推計項目については、QE系列を再現せず、年次推計値を用いている」ということを意味している。
- 共通推計項目を含めても、Y＝α・D+（１－α）・Sの式の両辺から相殺されるため、αの推計にあたっての問題はない。

4

資料1

本日の議論のポイントと今後の進め方について

2018年2月19日

国民経済計算体系的整備部会・部会長

宮川　努

ー本日の議論のポイントー

統合比率に対する考え方

- 内閣府：SNA体系における会計的整合性の観点を重視（α+β＝1、水準で統合）
- 関根委員：短期の景気予測指標としての観点を重視（α+β≠1、伸び率で統合）

今後の対応策

- 内閣府
  - QEの更なる精度向上に向けた具体的な内容・スケジュールの策定
  - 短期の景気予測・分析に資する新たな情報提供のあり方について検討

今後の進め方

懇談会（2/19）

- 統合比率のあり方について検討し、一定の整理を得る

懇談会（3/22）

- QEの更なる精度向上に向けた具体的な工程表について検討
- 短期の景気予測・分析に資する新たな情報提供のあり方について検討

部会（3/22）

- 懇談会での検討結果を踏まえた部会としての取りまとめを実施（公表）
- 必要に応じ、４月以降の審議体制も検討

委員会（3/28）

- 部会長が検討結果を統計委員会に報告

3

資料2－1

統合比率について

平成30年2月19日
国民経済計算部

統合比率と統合の対象による比較（会計的整合性と推計値の動き）

統合の対象 統合比率の和	水準	伸び率
α＋β＝1	・SNAの会計的体系に適合する【①】 ・四半期と暦年の不整合は生じない【②-1】 ・暦年値は伸び率で統合計算した場合に一致する ・四半期値は伸び率で統合計算した場合に一致する（ただし、伸び率からの統合計算に補正率が必要）	・四半期と暦年の不整合は生じない（ただし、四半期の伸び率からの統合計算に補正が必要）【②-2】 ・暦年値は水準で統合計算した場合に一致する ・四半期値は水準で統合計算した場合に一致する（ただし、伸び率からの統合計算に補正率が必要）【参考1】
α＋β≠1	・四半期と暦年の不整合が生じる【②-3】 ・元データから説明できない特異な動きをする場合がある ・暦年値は伸び率で統合計算した場合に一致する（ただし、水準の統合計算に前年値が必要）【参考2】 ・四半期値は伸び率で統合計算した場合に一致する（ただし、水準の統合計算に前期値と補正率が必要）【参考2】	・四半期と暦年の不整合が生じる【②-4】 ・元データから説明できない特異な動きをする場合がある【③】 暦年値は水準で統合計算した場合に一致する（ただし、水準の統合計算に前年値が必要） ・四半期値は水準で統合計算した場合に一致する（ただし、水準の統合計算に前期値と補正率が必要）

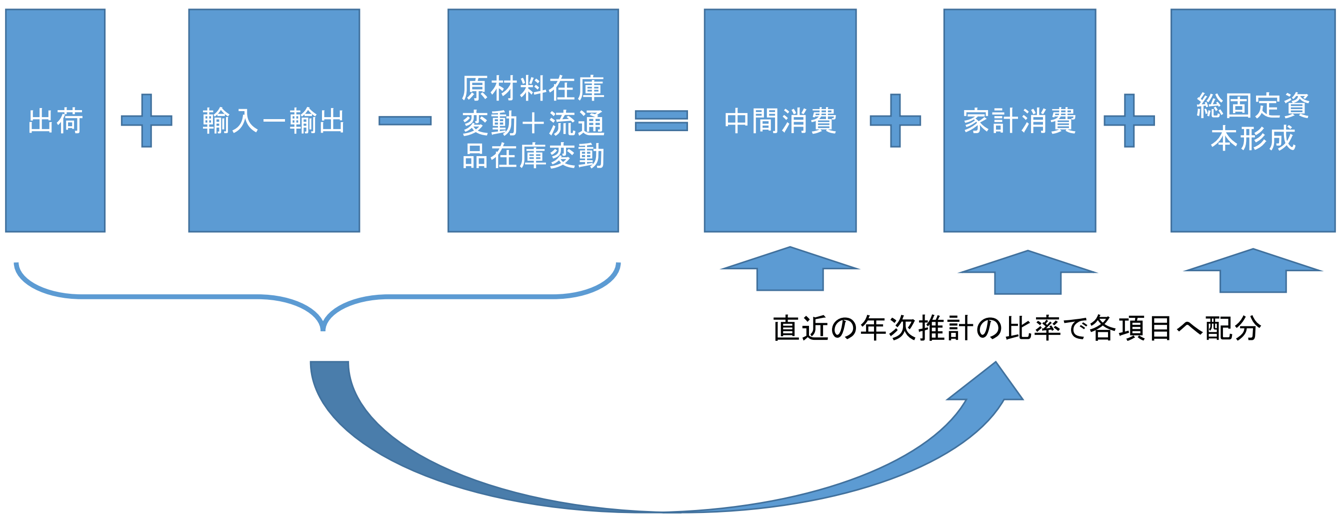
① SNAにおける会計的整合性

- SNAは会計的整合性を基本原理としている
- 速報推計（供給側推計値）においては、年次推計で用いるコモディティー・フロー法と同様の考え方で、出荷額から国内総供給等を推計し、それを家計消費、総固定資本形成に配分している（これらの需要項目を直接推計していない）
  - 供給側推計値のうち最上流の出荷部分については、基礎統計の伸び率で延長推計しているが、コモディティー・フロー法における財貨・サービスの配分の計算は水準（名目値）で行われている
- このため、需要側推計値との統合は、水準で計算を行う必要がある
  - 和が1でない統合比率を用いて統合する場合、供給側推計値の伸び率になんらかの調整率を乗じていることになるため、コモディティー・フロー法における消費、投資、在庫等の計数間のバランスがくずれるとともに、四半期と暦年の整合性も確保されなくなる

2

① 図表

- QEの供給側推計における計数バランス



3

② 四半期と暦年の整合性

- SNAの枠組みにおいては、四半期値の暦年合計＝暦年値という関係が成り立っている必要がある
- α+β=1の場合、四半期の水準値で統合計算した四半期値の暦年合計と暦年の水準値で統合計算した暦年値は一致する
- α+β=1の場合、補正した四半期の前期比で統合計算した四半期値の暦年合計は前年比で統合計算した暦年値に一致する（参考１）
  - 暦年値は水準で統合計算したものに一致する
  - 四半期値は、伸び率を補正すると、水準で統合計算したものと一致する
- α+β≠1の場合、補正した四半期の水準値で統合計算した四半期値の暦年合計は補正した暦年値で統合計算した暦年値と一致しない（参考２）
  - 四半期値の計算には前期の統合値と補正率、暦年値の計算には前年の統合値が必要
  - 四半期値、暦年値はそれぞれ伸び率で統合計算したものに一致する
- α+β≠1の場合、四半期の前期比で統合計算した四半期値の暦年合計と前年比で統合計算した暦年値は一致しない
  - 四半期値、暦年値はそれぞれ水準で統合計算したものに一致する（ただし、水準の統合計算にあたっては、四半期値の計算には前期の統合値と補正率、暦年値の計算には前年の統合値が必要）

4

②-1 数値例

- 水準で統合、α+β=1 (α=0.3, β=0.7), 1年目が年次推計で2年目が速報推計
- 四半期と暦年の整合性が確保される

年	期	需要側推計値 四半期 水準	伸び率	暦年 水準	伸び率	供給側推計値 四半期 水準	伸び率	暦年 水準	伸び率	統合値 四半期 水準	伸び率	暦年 水準	伸び率
1	1	57				57				57.0			
	2	64				65				64.7			
	3	70				67				67.9			
	4	59		250		61		250		60.4		250	
2	1	56	-5.1%			56	-8.2%			56.0	-7.3%		
	2	52	-7.1%			58	3.6%			56.2	0.4%		
	3	58	11.5%			59	1.7%			58.7	4.4%		
	4	61	5.2%	227	-9.2%	57	-3.4%	230	-8.0%	58.2	-0.9%	229.1	-8.4%

×0.3 ×0.7 56×0.3+56×0.7=56.0

×0.3 ×0.7

227×0.3+230×0.7=229.1=56.0+56.2+58.7+58.2

5

参考1：α+β=1かつ伸び率で統合する場合の補正方法

- α+β=1であり、伸び率で統合する場合、次の方法により四半期と暦年のずれを補正することができる
- 各四半期の需要側推計値の伸び率に$k=\frac{d_q-y_{q-1}}{y_{q-1}}\cdot\frac{d_q}{d_q-d_{q-1}}$を、供給側推計値の伸び率に$l=\frac{s_q-y_{q-1}}{y_{q-1}}\cdot\frac{s_q}{s_q-s_{q-1}}$をそれぞれ乗ずる（qは四半期を表す）
- すなわち、統合値の伸び率=αk ·需要側伸び率+βl ·供給側伸び率として統合値を計算する
- このとき、各四半期の統合値は水準から計算したものと一致する

6

②-2 数値例

- 伸び率で統合、α+β=1 (α=0.3, β=0.7)、1年目が年次推計で2年目が速報推計
- 補正率により四半期と暦年の整合性確保が可能（水準からの計算結果と一致）

年	期	需要側推計値 四半期 水準	伸び率	暦年 水準	伸び率	供給側推計値 四半期 水準	伸び率	暦年 水準	伸び率	統合値 四半期 水準	伸び率	暦年 水準	伸び率
1	1	57				57				57.0			
	2	64				65				64.7			
	3	70				67				67.9			
	4	59		250		61		250		60.4		250	
2	1	56	-5.1%			56	-8.2%			56.0	-7.3%		
	2	52	-7.1%			58	3.6%			56.2	0.4%		
	3	58	11.5%			59	1.7%			58.7	4.4%		
	4	61	5.2%	227	-9.2%	57	-3.4%	230	-8.0%	58.2	-0.9%	229.1	-8.4%

-5.1%×0.3×{(56-60.4)/60.4×56/(56-59)} + -8.2%×0.7×{(56-60.4)/60.4×56/(56-61)}= -7.3%

×0.3×補正率

×0.7×補正率

60.4×(1-7.3/100)=56.0

229.1/250-1×100= -8.4%

×0.3

×0.7

-9.2%×0.3 + -8.0%×0.7= -8.4%

7

参考2: α+β≠1かつ水準で統合する場合の計算方法

- α+β≠1であり、水準で統合する場合、α+β=1と同様の単純な加重平均では適切な水準の統合値が得られないため、以下の様に補正して計算を行う必要がある
- 暦年値については、$y_t = \alpha d_t + \beta s_t + (1-\alpha-\beta) y_{t-1}$により計算（tは年を表す）
- 四半期値については、$y_q = \alpha m d_q + \beta n s_q + (1-\alpha-\beta) y_{q-1}$により計算、ただし、$m = \frac{y_{q-1}}{d_{q-1}}, n = \frac{y_{q-1}}{s_{q-1}}$（qは四半期を表す）
  - 当期のフローの水準値の計算に、前期のフローの水準値が必要となるため、統計の推計方法としては問題があると考えられる（例えば、離れた過去の一時点が改定されると、基礎データの変更がなくとも、後続期間から直近期までが全て改定となる）
- この時、暦年値、四半期値は、それぞれ伸び率で統合したものと一致するが、暦年値と四半期は不整合である（四半期値の暦年合計が暦年値に一致しない）
- なお、α+β=1の場合と異なり、暦年と四半期の不整合を補正する上で、参照すべき計数（暦年と四半期で整合した計数）が存在しない

8

②-3 数値例

- 水準で統合、α+β≠1 (α=0.2, β=0.6)、1年目が年次推計で2年目が速報推計
- 四半期と暦年は不整合（四半期値、暦年値はそれぞれ伸び率による計算と一致）

年	期	需要側推計値 四半期 水準	伸び率	暦年 水準	伸び率	供給側推計値 四半期 水準	伸び率	暦年 水準	伸び率	統合値 四半期 水準	伸び率	暦年 水準	伸び率
1	1	57				57				57.0			
	2	64				65				64.7			
	3	70				67				67.9			
	4	59		250		61		250		60.4		250	
2	1	56	-5.1%			56	-8.2%			56.8	-5.9%		
	2	52	-7.1%			58	3.6%			57.2	0.7%		
	3	58	11.5%			59	1.7%			59.1	3.3%		
	4	61	5.2%	227	-9.2%	57	-3.4%	230	-8.0%	58.5	-1.0%	231.7	-7.3%

56×0.2×(60.4/59)+56×0.6×(60.4/61)+(1-0.2-0.6)×60.4=56.8

×0.2×補正率

×0.6×補正率

×0.2

×0.6

227×0.2+230×0.6+(1-0.2-0.6)×250=233.4 [-6.6%]

9

②-4 数値例

- 伸び率で統合、α+β≠1 (α=0.2, β=0.6)、1年目が年次推計で2年目が速報推計
- 四半期と暦年は不整合（四半期値、暦年値はそれぞれ水準による計算と一致）

年	期	需要側推計値 四半期 水準	需要側推計値 四半期 伸び率	需要側推計値 暦年 水準	需要側推計値 暦年 伸び率	供給側推計値 四半期 水準	供給側推計値 四半期 伸び率	供給側推計値 暦年 水準	供給側推計値 暦年 伸び率	統合値 四半期 水準	統合値 四半期 伸び率	統合値 暦年 水準	統合値 暦年 伸び率
1	1	57				57				57.0			
	2	64				65				64.7			
	3	70				67				67.9			
	4	59		250		61		250		60.4		250	
2	1	56	-5.1%			56	-8.2%			56.8	-5.9%		
	2	52	-7.1%			58	3.6%			57.2	0.7%		
	3	58	11.5%			59	1.7%			59.1	3.3%		
	4	61	5.2%	227	-9.2%	57	-3.4%	230	-8.0%	58.5	-1.0%	231.7	-7.3%

×0.2

×0.6

-5.1%×0.2+ -8.2%×0.6
= -5.9%

60.4×(1-5.9/100)=56.8

231.7/250-1×100=
-7.3%

×0.2

×0.6

-9.2%×0.2 + -8.0%×0.6= -6.6% ≠ -7.3%

10

③ α+β≠1の場合の問題点：元データとの乖離

- 統合比率の和が1でない場合、四半期と暦年の不整合が生じているが、このことは、需要側推計値、供給側推計値の動きから見込まれる統合値の動きと実際の統合値（四半期値の暦年合計）の動きが異なってくることを意味している
- このため、発生頻度は低いものの、統合された四半期値の暦年合計の動きが元の需要側推計値、供給側推計値の動きとは異なる特異な動きを示す可能性がある
  - 需要側推計値及び供給側推計値の伸び率の絶対値よりも統合値の伸び率の絶対値の方が大きくなる（α+β<1の場合）
  - 需要側推計値及び供給側推計値の伸び率と統合値の伸び率の符号が異なる
- このような元データからかい離した統合値の動きは需要側推計値、供給側推計値のいずれからも説明できない

11

③ 数値例（その1）

- 伸び率で統合、α+β≠1 (α=0.2, β=0.6)、1年目が年次推計で2年目が速報推計
- 需要側推計値、供給側推計値の伸び率よりも統合値の伸び率が大きくなる

年	期	需要側推計値				供給側推計値				統合値			
		四半期		暦年		四半期		暦年		四半期		暦年	
		水準	伸び率	水準	伸び率	水準	伸び率	水準	伸び率	水準	伸び率	水準	伸び率
1	1	21				24				23.1			
	2	26				25				25.3			
	3	23				23				23.0			
	4	30		100		28		100		28.6		100	
2	1	25	-16.7%			24	-14.3%			25.2	-11.9%		
	2	28	12.0%			29	20.8%			28.9	14.9%		
	3	26	-7.1%			28	-3.4%			27.9	-3.5%		
	4	33	26.9%	112	12.0%	30	7.1%	111	11.0%	30.6	9.7%	112.7	12.7%

-16.7%×0.2+ -14.3%×0.6
= -11.9%

12.7% > 12.0% > 11.0%

12

③ 数値例（その2）

- 伸び率で統合、α+β≠1 (α=0.2, β=0.6)、1年目が年次推計で2年目が速報推計
- 需要側推計値、供給側推計値の伸び率と統合値の伸び率の符号が異なる

年	期	需要側推計値				供給側推計値				統合値			
		四半期		暦年		四半期		暦年		四半期		暦年	
		水準	伸び率	水準	伸び率	水準	伸び率	水準	伸び率	水準	伸び率	水準	伸び率
1	1	21				24				23.1			
	2	26				25				25.3			
	3	23				23				23.0			
	4	30		100		28		100		28.6		100	
2	1	27	-10.0%			27	-3.6%			27.4	-4.1%		
	2	24	-11.0%			25	-7.4%			25.6	-6.7%		
	3	23	-4.2%			24	-4.0%			24.8	-3.2%		
	4	25	8.7%	99	-1.0%	23	-4.2%	99	-1.0%	24.6	-0.8%	102.3	2.3%

-10.0%×0.2+ -3.6%×0.6
= -4.1%

2.3% > 0.0% > -1.0%

13

年次推計値及び四半期推計値の整合性（補正していないケース）について

t ：年次,　q ：四半期

需要側四半期補助系列 : I_q,　暦年値：$\bar{I}_t = \sum I_q \;\; for \;\; q = 4t-3, 4t-2, 4t-1, 4t$

需要側四半期推計値：$d_q = I_q \cdot \frac{y_{t-1}}{\bar{I}_{t-1}}$

同様に供給側について、

供給側四半期補助系列：J_q,　暦年値：$\bar{J}_t = \sum J_q \;\; for \; q = 4t-3, 4t-2, 4t-1, 4t$

供給側四半期推計値：$s_q = J_q \cdot \frac{y_{t-1}}{\bar{J}_{t-1}}$

(1) 水準での統合

$$y'_q = \alpha d_q + \beta s_q$$

$$y'_t = \sum_{4t-3}^{4t} y'_q = \sum_{4t-3}^{4t} \left(\alpha d_q + \beta s_q\right)$$

$$= \alpha \cdot \bar{I}_t \cdot \frac{y_{t-1}}{\bar{I}_{t-1}} + \beta \cdot \bar{J}_t \cdot \frac{y_{t-1}}{\bar{J}_{t-1}} \quad \leftarrow \quad \Sigma\text{四半期値＝暦年値　が成立}$$

$$= \left(\alpha \cdot \frac{\Delta\bar{I}_t}{\bar{I}_{t-1}} + \beta \cdot \frac{\Delta\bar{J}_t}{\bar{J}_{t-1}} + \alpha + \beta\right) y_{t-1} \quad \leftarrow \quad \alpha + \beta = 1\text{ では伸び率でも成立}$$

(2) 伸び率での統合

① 前期比での延長　$\frac{\Delta y'_q}{y_{q-1}} = \alpha \cdot \frac{\Delta I_q}{I_{q-1}} + \beta \cdot \frac{\Delta J_q}{J_{q-1}}$

四半期値計：

$$y'_t = \sum_{4t-3}^{4t} \prod_{4t-3}^{q} \left(\alpha \cdot \frac{\Delta I_q}{I_{q-1}} + \beta \cdot \frac{\Delta J_q}{J_{q-1}} + 1\right) y_{4(t-1)} \quad \cdot\cdot\cdot\text{（※）}$$

② 前年同期比での延長　$\frac{\Delta y'_q}{y_{q-4}} = \alpha \cdot \frac{\Delta I_q}{I_{q-4}} + \beta \cdot \frac{\Delta J_q}{J_{q-4}}$

四半期値計：

$$y'_t = \sum_{4t-3}^{4t} \left(\alpha \cdot \frac{\Delta I_q}{I_{q-4}} + \beta \cdot \frac{\Delta J_q}{J_{q-4}} + 1\right) y_{q-4}$$

$$= \left(\alpha \cdot \sum \frac{\Delta I_q}{I_{q-4}} \cdot \frac{y_{q-4}}{y_{t-1}} + \beta \cdot \sum \frac{\Delta J_q}{J_{q-4}} \cdot \frac{y_{q-4}}{y_{t-1}} + 1\right) y_{t-1} \quad \cdot\cdot\cdot\text{（※）（※）}$$

暦年値：

$$y''_t = \left(\alpha \cdot \frac{\Delta\bar{I}_t}{\bar{I}_t} + \beta \cdot \frac{\Delta\bar{J}_t}{\bar{J}_t} + 1\right) y_{t-1} \quad \leftarrow\text{（※）及び（※）（※）とは不整合}$$

資料２－３

QE 推計の包括的な見直しの方向性について

平成 30 年 2 月 19 日
国 民 経 済 計 算 部

四半期別速報推計（QE）については、「統計改革の基本方針」（平成 28 年 12 月）や統計改革推進会議の「最終取りまとめ」（平成 29 年 5 月）等に基づき、様々な推計項目における推計方法の改善等に取り組んでいるところ。また、統計改革の進展等に伴い基礎統計の見直し等が進む中で、QE の作成環境は現在の推計方法が検討された十数年前とは変わってきており、今後も大きな変化が見込まれている。QE の精度向上に取り組んでいくにあたっては、こうした状況をも十分に踏まえる必要がある。

このため、QE 推計について、統計改革での取組を基盤に据えつつ、以下の様な観点から、包括的な見直しを検討したい。

- QE と年次推計の推計方法（コモディティー・フロー法）の親和性を高めていくことが QE から年次推計への改定幅の縮小などの推計精度の向上につながると考えられることから、QE の推計方法をできるだけ年次推計に近づけていくシームレス化を図る。
- 基礎統計の改善等の状況を考慮すれば、QE については、基本的にできるだけ供給側データを用いた共通推計項目の拡充を推し進めていく。QE と年次推計の親和性向上という観点からもこのような方向性で推計方法を見直していくことは、計数の改定幅縮小につながると考えられる。
- 短期的には、QE の家計消費推計における供給側情報の利用拡大などを進めるとともに、中長期的には、基礎統計の状況を踏まえながら、QE における推計品目の細分化を進め、供給側情報の一層の利用拡大を図るなどの取組を進めていくことを検討する（注）。

（注）なお、現在でも、家計消費における電気料などごく一部の推計には、QE、年次推計ともに同一の需要側情報を利用している。このように、供給側の情報だけでは十分な精度の確保が見込まれない部分については、需要側の基礎統計の利用が残る可能性がある。

上記に関する工程表を 3 月の SNA 部会にお示しするとともに、早期に対応可能な事項については、本年末の年次推計から改善を図ることとしたい。

資料2－4

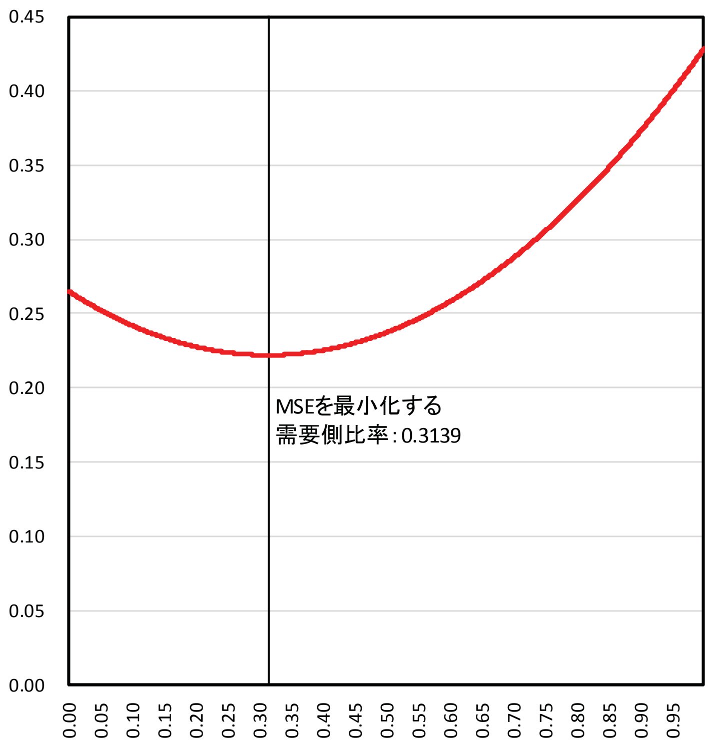
統合比率に関する追加検証

平成30年2月19日
国民経済計算部

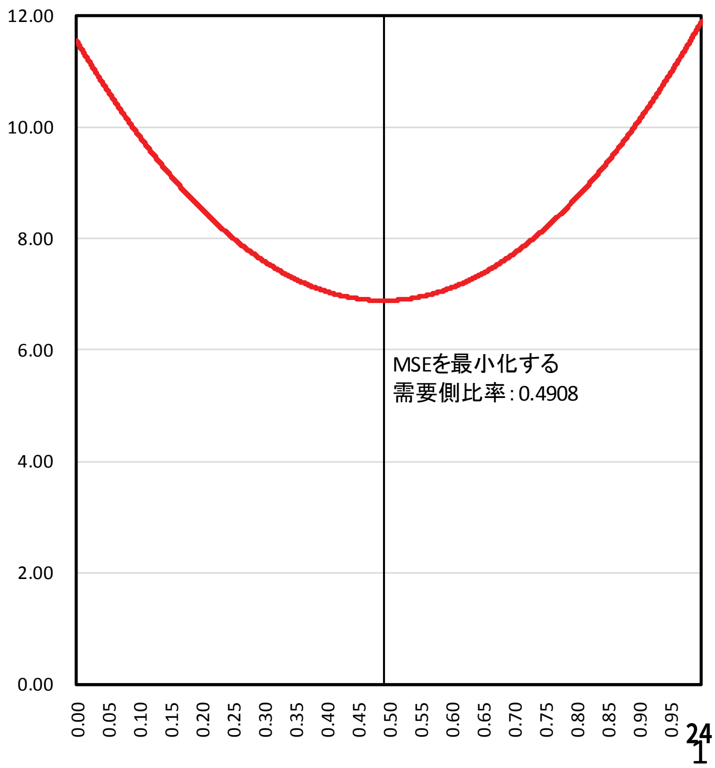
統合比率（α）が0から1の間にあることの確認

- 0から1までの需要側の統合比率（α、供給側は1-αとなる）を用いて推計した速報ベース暦年値の前年年次推計暦年値に対する伸び率と年次推計暦年値の前年比伸び率を比較した平均二乗誤差（MSE）をプロットすると、以下のとおり、最適な統合比率（α）は0から1の間に存在。

MSE（国内家計最終消費支出）



MSE（民間企業設備、ソフト・R&D・非営利除く）



年次推計との水準での乖離を最小化する統合比率

- 年次推計値と速報ベースの暦年値の水準でのかい離を最小化する需要側の統合比率を最小二乗法にて計算すると以下のとおり。

	国内家計最終消費支出	民間企業設備
統合比率（需要側）	0.3221	0.4157
絶対値平均	1.078兆円	1.148兆円
伸び率の絶対値平均	0.3884%	1.466%

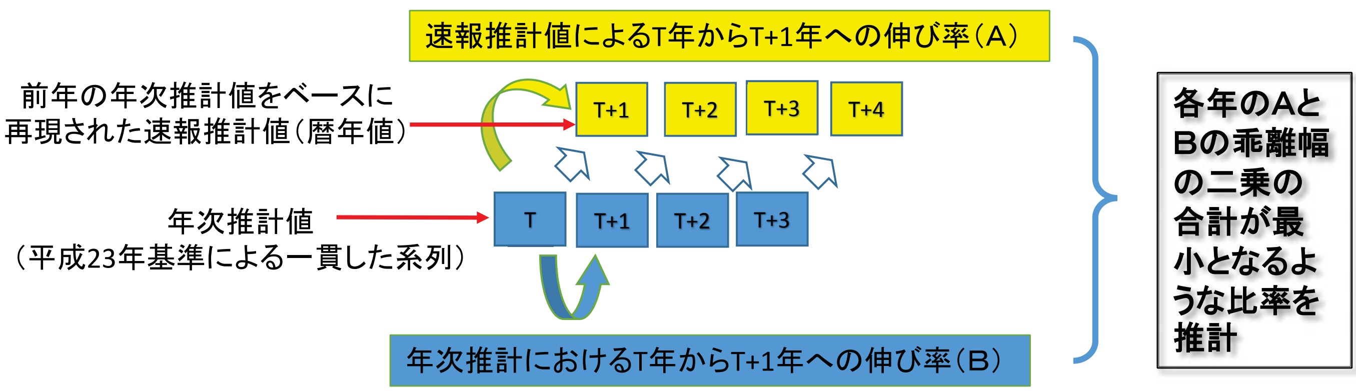
（参考）現在使用している伸び率でのかい離を最小化した統合比率

	国内家計最終消費支出	民間企業設備
統合比率（需要側）	0.3139	0.4908
絶対値平均	1.076兆円	1.156兆円
伸び率の絶対値平均	0.3879%	1.470%

参考

今回の見直しにおける統合比率の推計方法

- 今回の統合比率の見直しは、過去における各年の速報推計を一年分ずつ再現し、再現された速報推計値の前年年次推計値からの伸び率と、これに対応する第二次年次推計値の伸び率との乖離を最小化するような比率を最小二乗法によって求めたもの
- 推計結果は、α+β=1の条件の下、回帰分析と同じとなる（後述）



再現された速報推計部分の計算方法

- 前頁の速報推計部分における需要側推計値と供給側推計値の統合は、実推計同様、「水準」（名目値の金額）で行われている
  - 統合比率の見直しにおいては、このようにして得られた統合値の「伸び率」を用いて推計を行っている
- 具体的には、速報推計は、需要側推計値と供給側推計値の加重平均として計算しており、それぞれの統合比率（ウエイト）をα、βとすると、α+β=1となっている
- 速報推計による暦年値y'（水準値）は以下のように計算される

$y'_t=\alpha d_t+\beta s_t$, ただし$\alpha+\beta=1$ ・・・①

d: 需要側推計値（水準値）, s: 供給側推計値（水準値）, t: t年

回帰分析との関係

- 速報推計と年次推計における暦年値の伸び率の乖離幅の二乗和は以下のように表せる

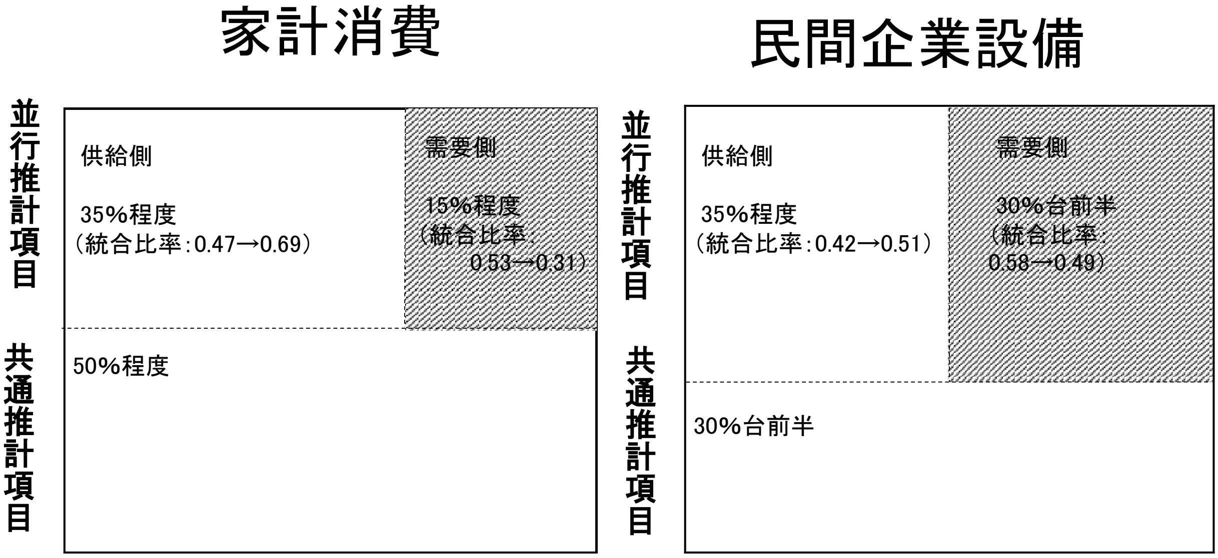
$\Sigma[(y_t/y_{t-1}-1)-(y'_t/y_{t-1}-1)]^2$ ・・・②

  - ✓ 年次推計による暦年値y（水準値）
  - ✓ 実推計においても、QE推計による暦年値の前年比伸び率は前年の年次推計値が発射台（②のy'_t/y_{t-1}に相当）
- ①を②に代入すると、$\Sigma[(y_t/y_{t-1}-1)-\{(\alpha\cdot d_t+\beta\cdot s_t)/y_{t-1}-1\}]^2$ となり、今回はこれを最小にするようなα、βを収束計算により求めた（制約条件α+β=1）
- なお、**<u>α+β=1の場合、この最小化問題は、下記③の回帰分析と同値となる</u>**

⇔ $\text{Min}\ \Sigma[(y_t/y_{t-1}-1)-\{(\alpha\cdot d_t+\beta\cdot s_t)/y_{t-1}-(\alpha+\beta)\}]^2$

⇔ $\text{Min}\ \Sigma[(y_t/y_{t-1}-1)-\{\alpha\cdot(d_t/y_{t-1}-1)+\beta\cdot(s_t/y_{t-1}-1)\}]^2$ ・・・③ 制約条件α+β=1

今回の見直しによる供給側・需要側推計値のシェア



（注1）各項目の数字は、平成23年基準（新統合比率）における名目値ベースでのシェアを表す。

（注2）平成17年基準（旧統合比率）でのシェアは以下のとおり。

家計消費　供給側　30%程度　需要側　30%程度　　民間企業設備　供給側　35%程度　需要側　50%程度
共通　40%程度　　共通　15%程度

8

資料3

QE 需要側・供給側推計値の統合比率の検証*

1　前回報告のポイント

2017 年 12 月 11 日の国民経済計算体系的整備部会の懇談会では、内閣府より受領した需要側・供給側推計値をもとに、下記の回帰式で統合比率 α、β を算出した（表 1)。

$$\left(\frac{Y_t}{Y_{t-1}}-1\right)=\alpha\left(\frac{D_t}{Y_{t-1}}-1\right)+\beta\left(\frac{S_t}{Y_{t-1}}-1\right)+const.+u_t, \tag{1}$$

ただし、Y_t、 D_t、 S_t は、それぞれ t 年における実額ベースの年次推計値、 需要側推計値、 供給側推計値。

General-to-simple アプローチに従い、有意とならなかった変数を順番に落としてモデル選択を行うと、

1. 国内家計最終消費支出については、const、α ともに有意とならず、**供給側推計値のみを用いたモデル (3) が最適なモデル**として選ばれた。同モデルは、乖離（Dev）ではモデル (1) に劣るが、標準偏差（SE)、$\bar{R}^2$、AIC では他のモデルより優れている。Encompassing Test もモデル (3) を選択している。
2. 同様のモデル選択を行うと、設備投資については、**定数項のみを落としたモデル (2) が最適**となった。
3. 内閣府推計の現統合比率（モデル (2'))は、$\alpha+\beta=1$ の制約条件を課しているが、この制約条件自身は Wald 検定により棄却されたのみならず、Dev、SE、$\bar{R}^2$、AIC でみても悪化する。なお、**国内家計最終消費支出で α が（限界的に）有意になったのは、$\alpha+\beta=1$ の制約条件を課したときのみ**である。
4. 以上の統合比率の推計は、サンプル数が 19 個と限られたものであるため、今後、**年次推計でサンプル数が増えるたびに毎年検証を行う**ことが望まれる。実際、サンプル期間を変えると、上記の推計結果は大きく変化した（再掲省略)。

* 2018 年 2 月 16 日

表 1　統合比率の推計 (1)

(1) 国内家計最終消費支出

$\alpha+\beta=1$	(1) 制約なし	(2) 制約なし	(2') 制約あり 現統合比率	(3) 制約なし 最適モデル
α	0.10	0.11	0.31*	
	(0.17)	(0.17)	(0.17)	
β	0.72***	0.72***	0.69***	0.81***
	(0.15)	(0.15)	(0.17)	(0.06)
const.	0.06			
	(0.11)			
Dev	0.343	0.349	0.388	0.347
SE	0.435	0.425	0.484	0.418
$\bar{R}^2$	0.887	0.892	0.860	0.895
AIC	1.316	1.227	1.438	1.147

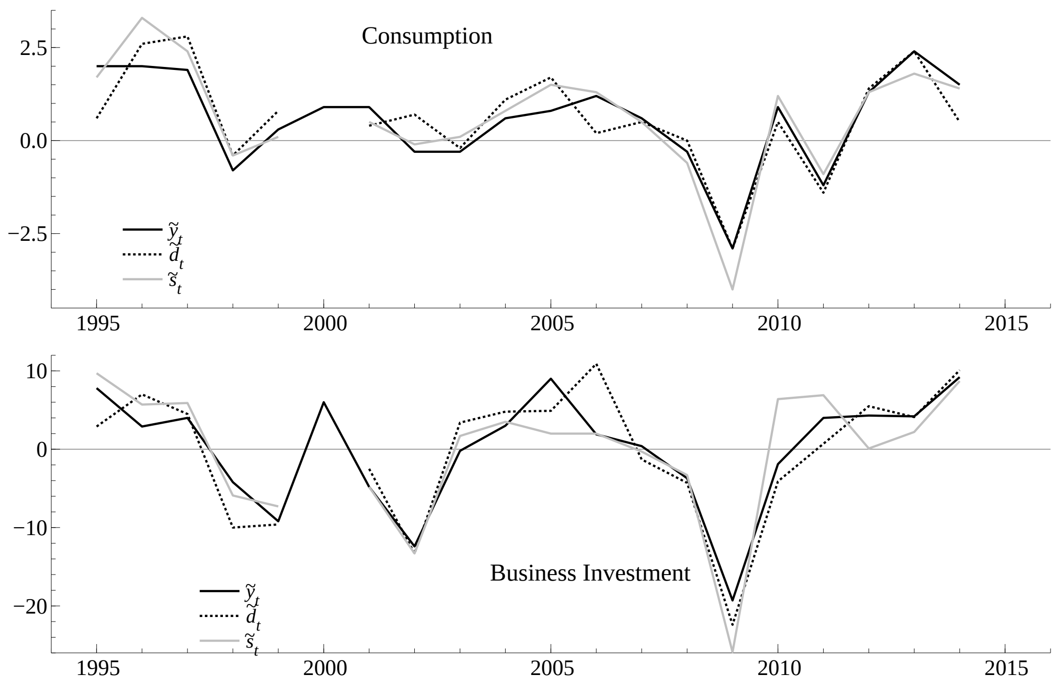
(2) 設備投資（除く R&D 等）

$\alpha+\beta=1$	(1) 制約なし	(2) 制約なし 最適モデル	(2') 制約あり 現統合比率	(3) 制約なし
α	0.41***	0.41***	0.49***	
	(0.14)	(0.13)	(0.14)	
β	0.43***	0.43***	0.51***	0.79***
	(0.14)	(0.13)	(0.14)	(0.08)
const.	0.06			
	(0.58)			
Dev	1.917	1.914	2.048	2.059
SE	2.525	2.450	2.696	2.985
$\bar{R}^2$	0.883	0.890	0.867	0.837
AIC	4.834	4.730	4.873	5.076

注：サンプル期間は 1995 年から 2014 年（2000 年は除く）でサンプル数は 19。( ) 内は標準偏差。「***」、「**」、「*」は、それぞれ 1%、5%、10% 水準で有意であることを示す。Dev は絶対値乖離幅の平均、SE は残差項の標準偏差、$\bar{R}^2$ は自由度修正済み決定係数、AIC は Akaike Information Criteria（小さい値ほどよい）。$\alpha+\beta=1$ の制約は、Wald 検定では国内家計最終消費支出、設備投資とも 5% 有意水準で棄却。「最適モデル」は尤度比検定（encompassing test）で選択されたモデル。

出所：内閣府

図１　年次推計値と需要側・供給側推計値



注： $\tilde{y_t}$ は年次推計値、$\tilde{d_t}$ は需要側推計値、$\tilde{s_t}$ は供給側推計値。それぞれ前年比。
出所： 内閣府

2　$\alpha+\beta=1$ の制約条件について

2.1　$\alpha+\beta<1$ は妥当か

上記の推計結果について、$\alpha+\beta=1$ の制約条件を付さないと解釈が難しいのではとの議論があった。

この点を式に沿って敷衍するために、まず、国内家計最終消費支出でも設備投資でも有意ではなかった定数項を落としたうえで、(1) 式を対数近似して表すと、

$$\Delta y_t=\alpha(d_t-y_{t-1})+\beta(s_t-y_{t-1})+u_t, \tag{2}$$

が得られる。ここで、小文字は、それぞれの値の自然対数値、Δ は階差オペレーターで

$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ である。u_t も一旦して捨象して、これをさらに変換すると、

$$y_t = \alpha d_t + \beta s_t + (1-\alpha-\beta) y_{t-1}. \tag{3}$$

議論のポイントは、同式において $\alpha + \beta = 1$ の制約条件を付さないと生じる y_{t-1} の解釈にある。今期の y_t を推計するのに、何故前年の情報である y_{t-1} が必要になるのか疑問だということである。

これに対する答えは幾通りか考えられるが、ここでは上式を以下のように変換する。

$$\begin{aligned} y_t = {} & \alpha d_t + \beta s_t \\ & + y_{t-1} - \alpha d_{t-1} - \beta s_{t-1} \\ & + \alpha(d_{t-1} - y_{t-1}) + \beta(s_{t-1} - y_{t-1}). \end{aligned} \tag{4}$$

まず右辺の 3 行目 $\alpha(d_{t-1} - y_{t-1}) + \beta(s_{t-1} - y_{t-1})$ は、統合比率を求めるときの回帰式で、需要側推計値、供給側推計値の前年比を計算する際に D_{t-1}、S_{t-1} ではなく Y_{t-1} を使っていることに由来するもので、議論の本質にはかかわらない。この点は、前年比を計算する際には D_{t-1}、S_{t-1} で基準化するケースを考えるとクリアになる。この場合、(1) 式に相当するものは（定数項は捨象）、

$$\left(\frac{Y_t}{Y_{t-1}} - 1\right) = \alpha\left(\frac{D_t}{D_{t-1}} - 1\right) + \beta\left(\frac{S_t}{S_{t-1}} - 1\right) + u_t,$$

となり、これを対数近似すると

$$\Delta y_t = \alpha \Delta d_t + \beta \Delta s_t + u_t. \tag{5}$$

本来、D_{t-1}、S_{t-1} で基準化しようが、Y_{t-1} で基準化しようが事の本質は変わらないはずである。多くの先行研究からして Y_t、D_t、S_t が非定常の系列であると考えられるため、何らかの値で基準化しなければ、「みせかけの回帰（spurious regression）」になってしまう[1]。(5) 式を用いた場合、(4) 式の 3 行目は消える。つまり、当該部分は前年比を計算するときの基準化の仕方に起因するものということである。

(4) 式の 1 行目と 2 行目に戻る。$\alpha + \beta < 1$ であると、例えば d_t と s_t が等しいときに、y_t が d_t、s_t よりも小さな値になってしまうのではないかとの問いもあった。確かに、1 行目の $y_t = \alpha d_t + \beta s_t$ をみる限り、その通りである。しかし、その場合、2 行目の $y_{t-1} - \alpha d_{t-1} - \beta s_{t-1}$ が正の値になる。すなわち、**d_t、s_t で捉えきれていない y_t の**

[1] 実務的には、(2) 式を使うか、(5) 式を使うかはどちらが推計誤差が小さくなるかで決めればよい。

動きを、前年の乖離幅を足しあげることによって補充しようということである。従って、$\alpha+\beta<1$ のときの (3) 式における y_{t-1} の役割は、上述の基準化の役割に加えて、こうした水準調整の役割（こちらの方が本質的）も果たしていると考えられる。

2.2　$\alpha+\beta=1$ **は妥当か**

以上は $\alpha+\beta<1$ であっても問題がないという話だが、$\alpha+\beta=1$ の制約条件の必要性の有無も含めて、そもそも統合比率の計算でいったい何をやっているのかを、Data Generation Process (DGP) にまで遡って考えたい。以下の議論は、(2) 式であれ (5) 式であれ当てはまる。notation の簡略化のため、両式をいったん以下の形に置き換える。

$$\tilde{y_t}=\alpha\tilde{d_t}+\beta\tilde{s_t}+u_t. \tag{6}$$

˜は、(2) 式であれば y_{t-1} からの乖離 ($\tilde{x_t}=x_t-y_{t-1}$) を、(5) 式であれば各変数の階差 ($\tilde{x_t}=x_t-x_{t-1}$) をとっていることを表わす。u_t は $N(0,\sigma^2)$ の正規分布に従うとする。

ここで、右辺の説明変数は、以下のような DGP に従うと考える。

$$\tilde{d_t}=\phi\tilde{y_t}+v_t, \tag{7}$$
$$\tilde{s_t}=\psi\tilde{y_t}+w_t. \tag{8}$$

v_t、w_t は、それぞれ $N(0,\sigma_v^2)$、$N(0,\sigma_w^2)$ の正規分布に従い、両者の間の相関はないと、取敢えず考える。また、v_t、w_t は u_t とも相関がないと考える。(7) 式、(8) 式の意味するところは、需要側推計値 $\tilde{d_t}$、供給側推計値 $\tilde{s_t}$ とも年次推計値 $\tilde{y_t}$ の情報を含有しているが、家計調査のサンプリング・エラーや生産動態統計のカバレッジ不足等々の理由により、真の値たる年次推計値 $\tilde{y_t}$ と乖離しうるということである[2]。例えば、$\tilde{d_t}$ の毎期毎期の振れが大きければ、「ϕ が 1 を上回る」and/or「σ_v^2 が大きな値をとる」ことになる。(6) 式は、このようなプロセスで生じる需要側推計値、供給側推計値を情報変数として用いて、真の値たる年次推計値を推測しようという試みに他ならない。このとき統合比率 α、β は、乖離 u_t を一番小さくするものとして、最小二乗法等で求めることになる。

こうしたフレームワークで考えると、$\alpha+\beta=1$ **とする制約条件を課すことができるのは、**$\phi=\psi=1$ **といったかなり特殊なケースに限られる**ことがわかる[3]。(7) 式、(8) 式を

[2] さらに一般化すると、両式は定数項も含む形にすべきだが、(6) 式同様に、その点は捨象する。

[3] より厳密には、$\phi=\frac{1-\psi+\alpha\psi}{\alpha}$ をみたしていればよく、$\psi=1$ であれば $\phi=1$、$\psi=1.1$ であれば $\phi=\frac{1.1\alpha-0.1}{\alpha}$ となると、$\alpha+\beta=1$ が成り立つ。しかし、この条件が一般的に成立すると仮定するのは難しい。

(6) 式に代入して期待値をとると、

$$
\begin{aligned}
E(\tilde{y_t}) &= \alpha E(\tilde{d_t}) + \beta E(\tilde{s_t}), \\
&= \alpha\phi E(\tilde{y_t}) + \beta\psi E(\tilde{y_t}).
\end{aligned}
$$

同式より $\alpha\phi + \beta\psi = 1$ となり、$\phi = \psi = 1$ であれば、$\alpha + \beta = 1$ となる。しかし、$\phi = \psi = 1$ であることは先験的には明らかではなく、ϕ、ψ ともに 1 を上回ることもあれば、下回ることもありえる。ϕ、ψ とも 1 を上回れば（もしくはいずれかの値が十分に 1 を上回れば）、$\alpha + \beta < 1$ となる。これは、**需要側推計値、供給側推計値の振れが大きいときには、計測される統合比率は、そうした振れを均すような働きを有する**と解釈できる。

やや式は複雑になるが、(6) 式で α、β を最小二乗法で求めると、

$$
\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} var(\tilde{d_t}) & cov(\tilde{d_t}, \tilde{s_t}) \\ cov(\tilde{d_t}, \tilde{s_t}) & var(\tilde{s_t}) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} cov(\tilde{y_t}, \tilde{d_t}) \\ cov(\tilde{y_t}, \tilde{s_t}) \end{pmatrix},
$$

となる。この DGP では、$var(\tilde{d_t}) = \phi^2\sigma^2 + \sigma_v^2$、$var(\tilde{s_t}) = \psi^2\sigma^2 + \sigma_w^2$、$cov(\tilde{d_t}, \tilde{s_t}) = \phi\psi\sigma^2$、$cov(\tilde{y_t}, \tilde{d_t}) = \phi\sigma^2$、$cov(\tilde{y_t}, \tilde{s_t}) = \psi\sigma^2$ であることに注意して上式を解くと、

$$
\begin{aligned}
\alpha &= \frac{\phi\sigma_w^2}{\psi^2\sigma_v^2 + \phi^2\sigma_w^2 + \frac{\sigma_v^2\sigma_w^2}{\sigma^2}}, \\
\beta &= \frac{\psi\sigma_v^2}{\psi^2\sigma_v^2 + \phi^2\sigma_w^2 + \frac{\sigma_v^2\sigma_w^2}{\sigma^2}},
\end{aligned}
$$

が求められる[4]。これらから、前の段落と同じく、ϕ、ψ とも 1 を上回れば（もしくはいずれかの値が十分に 1 を上回れば）、$\alpha + \beta < 1$ となる。また、σ_v^2、σ_w^2 が大きければ、その分、回帰係数は割り引いて計算されるということになる。すなわち、上では $\phi > 1$、$\psi > 1$ という意味での振れの大きさをみたが、**σ_v^2、σ_w^2 が大きという意味で需要側推計値、供給側推計値の振れが大きいときにも、計測される統合比率は、そうした振れを均すような働きを有する**と解釈できる。

3 共通推計品目

QE には、需要側・供給側推計値によらない共通推計品目もあるが、その取り扱いは、国内家計最終消費支出と設備投資で異なっている。すなわち、設備投資では R&D やソフ

[4] α、β が上式のように求まっても、(3) 式にみたように、d_t、s_t、y_{t-1} にかかるパラメーターの和は 1 になる。

トウェアなどの共通推計品目を取り除いたうえで、需要側・供給側推計値の統合比率を計算しているのに対し（表１で「設備投資（除く R&D 等)」となっているのは正確には「設備投資（除く共通推計品目)」)、国内家計最終消費支出については、共通推計品目（自動車、飲食サービス、住宅賃貸料など）を左辺の年次推計値も右辺の需要側・供給側推計値も含むかたちになっている。

こうした共通推計品目の存在を明示的に考慮に入れると、前節の DGP は以下のようになる。

$$Y_t = Y_t^c + Y_t^n, \tag{9}$$

ただし、Y_t^c は共通推計品目の実額、Y_t^n は共通推計品目に寄らない年次推計値の実額に当たる。(7) 式、(8) 式は、厳密には、この Y_t^n に対応していると考えるべきであるので

$$\tilde{d}_t = \phi \tilde{y}_t^n + v_t, \tag{10}$$
$$\tilde{s}_t = \psi \tilde{y}_t^n + w_t, \tag{11}$$

となる。また、共通推計品目の QE 段階（リアルタイム）での推計値の実額を C_t とすると、これについても上と同じような DGP が考えられるため、

$$\tilde{c}_t = \gamma \tilde{y}_t^c + \varepsilon_t, \tag{12}$$

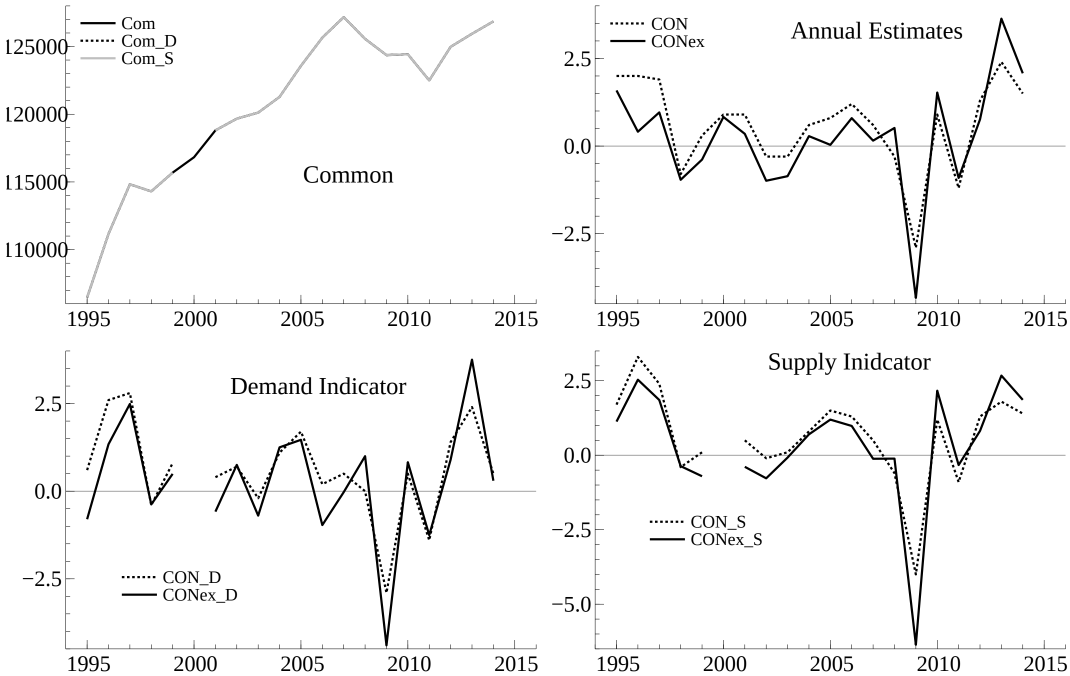
となる。

内閣府から受領した 88 目的分類の内訳データをみると、C_t には年次確報値の共通品目 Y_t^c がそのまま使われていることが分かった。このため、図 2 左上段パネルで年次推計値、需要側・供給側推計値の中に含まれている共通品目をプロットすると、3 者は重なっている。この取扱いは、α、β の統合比率の推計値には影響を与えないと考えられるため、ここでの検証には直接関係しないが、前節の議論で明らかなように、**(12) 式でも $\gamma = 1$ を先験的に仮定する訳にはいかない**ことは十分に意識するべきかと思われる。この点は、将来の検証で、論点となりえる[5]。

(12) 式は取り敢えず捨象して、設備投資と同様に、国内家計最終消費支出についても (9)-(11) 式に従って、α、β を求めるとどうなるのか。共通推計品目を除くと、年次推計

[5] 今回受領データをみると、設備投資の供給側推計値の計算では、控除項目の住宅投資は年次推計値、公共投資は QE 推計値が使われていた。本来であれば、住宅投資も公共投資も、供給側推計値を計算するときに得られるリアルタイムのデータを用いて、統合比率を検証すべきと思われる。また、これとの関係では、将来、公共投資の QE 推計値の精度向上が図られたときに、統合比率がどのような値になるのかという論点もありえる。

図 2　共通推計品目（国内家計最終消費支出）



注：左上段パネルは共通推計品目（実額）の推移。「Com」は年次推計値、「Com_D」は需要側推計値、「Com_S」は供給側推計値。右上段パネルは年次推計値、左下段パネルは需要側推計値、右下段パネルは供給側推計値で、それぞれのパネルで共通推計品目を含む系列と除く系列（ex と表示）を比較している（前年比、%)。
出所：内閣府

値、需要側・供給側推計値ともより振れの大きな系列となる傾向がある（図 2)。こうした系列を使って推計しても、得られた結果は基本的には表 1 と同じである（表 2)。すなわち、需要側推計値の係数である α は有意にならず、General-to-simple アプローチに従うと、供給側推計値のみを用いたモデル (3) が最適である。ただし、乖離（Dev）や標準偏差（SE）をみると、表 1 では現行統合比率から最適モデルの改善幅は、それぞれ 0.388 から 0.347、0.484 から 0.418 と小さかったのに対し、表 2 では 0.672 から 0.570、0.832 から 0.732 と、改善幅がやや大きくなる。表 1 での推計は、式 (1) の左辺、右辺に共通推計品目が含まれていたため、見かけ上のフィットがよく、そもそも乖離や標準偏差が小さかったため、改善幅も小さくなっていたということが考えられる。

表 2　統合比率の推計 (2)

国内家計最終消費支出 (除く共通推計品目)

	(1)	(2)	(2')	(3)
$\alpha+\beta=1$	制約なし	制約なし	制約あり 現統合比率	制約なし 最適モデル
α	0.11	0.11	0.32*	
	(0.18)	(0.17)	(0.17)	
β	0.65***	0.65***	0.68***	0.73***
	(0.15)	(0.15)	(0.17)	(0.09)
const.	-0.02			
	(0.18)			
Dev	0.583	0.580	0.672	0.570
SE	0.767	0.745	0.832	0.732
$\bar{R}^2$	0.772	0.785	0.732	0.792
AIC	2.452	2.347	2.521	2.265

注：サンプル期間は 1995 年から 2014 年（2000 年は除く）でサンプル数は 19。( ) 内は標準偏差。「***」、「**」、「*」は、それぞれ 1%、5%、10% 水準で有意であることを示す。Dev は絶対値乖離幅の平均、SE は残差項の標準偏差、$\bar{R}^2$ は自由度修正済み決定係数、AIC は Akaike Information Cirteria（小さい値ほどよい)。$\alpha+\beta=1$ の制約は、Wald 検定では 5% 有意水準で棄却。「最適モデル」は尤度比検定（encompassing test）で選択されたモデル。

出所：内閣府

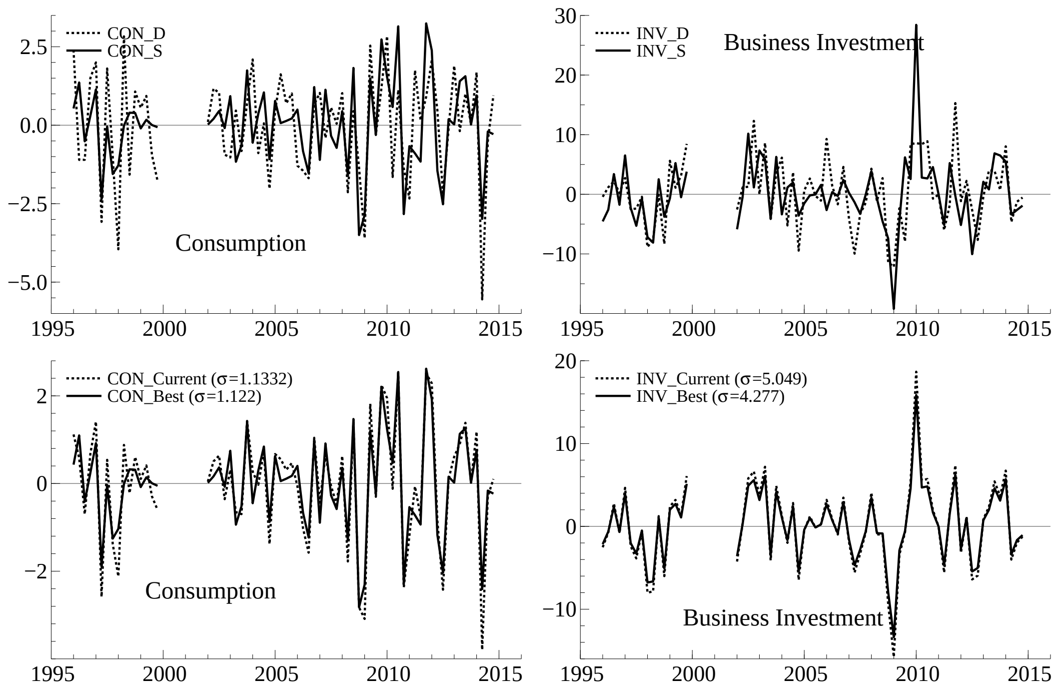
4　四半期推計値

統合比率を現行のものから最適モデルのものに変えたときに、四半期系列はどのような推移となるのだろうか。

内閣府から受領した四半期ベースの需要側・供給側推計値をみると、国内家計最終消費支出のケースでは特に顕著だが、需要側推計値の方が振れが大きい傾向がある（図 3、上段)。なお同図では、後の計算に用いる原系列前期比の季節性を簡易的に取り除くために、「原計数前期比の前年差」を示している。こうした振れの大きな系列のウェイトを下げると、四半期系列はより振れが小さなものになると予測される。

実際に、需要側・供給側推計値の原系列前期比を、現行と最適モデルの統合比率でそれ

図 3　四半期推計値



注： 各パネルとも原計数前期比の前年差。上段パネルは、需要側推計値（D）と供給側推計値（S）の推移を比較。下段パネルは現統合比率（Current）と最適モデルの統合比率（Best）による推計値の推移を比較している。

出所： 内閣府

ぞれ統合して四半期系列を求め、その前年差を比較すると、国内家計最終消費支出、設備投資とも、**最適モデルで得られた系列の方が振れが小さくなる**ことが確認された（図3、下段）。得られた系列の標準偏差をみると、国内家計最終消費支出では現統合比率では1.332 であったものが最適モデルでは 1.122 へ、設備投資では 5.049 から 4.277 になる。国内家計最終消費支出の方が、縮小幅が小さい結果となったのは、そもそも国内家計最終消費支出は設備投資に比べて振れが小さい系列であるということの他に、前節でみたように、上記の計算では国内家計最終消費支出には共通推計品目が含まれていることも影響しているとみられる。

なお、国内家計最終消費支出を最適モデルの統合比率で計算した場合、QE 推計値はどうなるのだろうか。2014 年を例に、簡易的に QE 推計値に相当するものを求めるため、まず (i) 2013 年までの年次確報値を、前段で求めた現行と最適モデルの統合比率から計算

した原計数前期比の情報を用いて四半期分割したうえ[6]、(ii) 2013 年 10-12 月期を発射台に原計数前期比で 2014 年の各四半期の値を求め、(iii) 得られた原計数に季節調整をかけてみた。季節調整をかけるにも 2001 年からしかデータがないなど、ここでの計算はかなり簡略した作業ではあるが、おおよその感触はつかめるであろう。なお、本来であれば、設備投資についても同じような計算を行いたいところだが、設備投資の共通推計品目は受領データに含まれていないため、試算はできなかった。

試算結果をみると、**2014 年 1-3 月期、4-6 月期の消費税率引き上げに伴う駆け込み反動が、大きく均されたか**たちになった（図 4、左パネルは 2001 年からの全系列、右パネルは QE 推計の 2014 年だけをハイライトしたもの)[7]。これは、こうした駆け込み・反動が需要側推計値でより大きく出ていたためである。景気判断を行う立場からすると、現統合比率でみるか、最適モデルの統合比率を使うかで、現状評価が十分に異なりうるほどの差はある。因みに、2014 年 10-12 月期の 1 次 QE は、ここで求めた現統合比率よりも振れがさらに大きくなるが、これは当時の QE では需要側推計値により大きなウェイトを付していたためではないかと思われる。

5 まとめ

今回の追加検証で判明したことをまとめると以下のとおり。第一に、$\alpha+\beta=1$ を先験的に仮定することは難しく、需要側・供給側推計値の方が年次推計値よりも振れが大きいときには、理論的には $\alpha+\beta<1$ となる可能性が高いということである。第二に、国内家計最終消費支出について、共通推計品目を取り除いたかたちで推計しても、統合比率については前回検証で得られたものとほぼ変わらなかったということである。ただし、現統合比率から最適モデルのそれに変えた場合の乖離や標準偏差の改善度合いは大きくなる。第三に、最適モデルの統合比率を用いて四半期系列を計算すると、現行のものに比べて、四

[6] t 年の年次確報値を Y_t、当該年の原計数四半期値を、第一四半期から順に $Y_t^1, Y_t^2, Y_t^3, Y_t^4$ とする。

$$Y_t = Y_t^1 + Y_t^2 + Y_t^3 + Y_t^4.$$

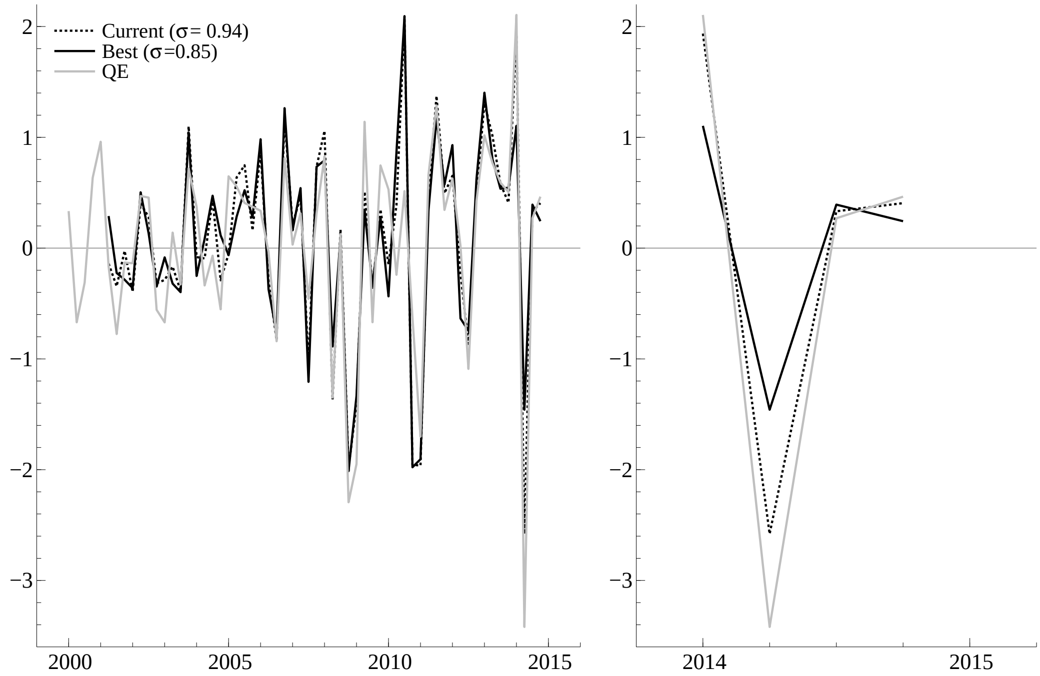
対応する伸び率を $r_t^2 = Y_t^2/Y_t^1$、$r_t^3 = Y_t^3/Y_t^2$、$r_t^4 = Y_t^4/Y_t^3$ として上記の式に代入すると、

$$Y_t = Y_t^1(1 + r_t^2 + r_t^2 r_t^3 + r_t^2 r_t^3 r_t^4).$$

r_t^2, r_t^3, r_t^4 に試算された原計数前期比を用れば、この関係より Y_t^1 が得られ、他の四半期の値も求まることになる。

[7] なお、同様の作業を 2013 年についても行ってみると、最適モデルの統合比率を用いた方が、現統合比率を用いたケースよりも、振れが小さくなるという結果は同じだった。

図 4　名目国内家計最終消費支出



注：季節調整済み前期比、%。右パネルは QE 推計期間に相当する 2014 年を拡大したもの。Current は現統合比率、Best は最適モデルの統合比率による推計値。QE は 2014 年 10-12 月期の 1 次 QE。

出所：内閣府

半期の振れも小さくなることが確認された。

今後、統合比率を修正した場合の影響をより厳密に調べるためには、共通推計品目の取り扱いを国内家計最終消費支出、設備投資で揃えて、**年次（リアルタイム）と四半期ベースで 「共通推計品目」、「需要側推計値（除く共通推計品目）」、「供給側推計値（除く共通推計品目）」の 3 系列（年次の共通推計品目については確報値も）が利用可能になること**が望まれる。

以　上

QE 需要側・供給側推計値の統合比率の検証

関根敏隆

国民経済計算体系的整備部会・委員懇談会

2018/2/19

前回報告のポイント

推計式

$$\left(\frac{Y_t}{Y_{t-1}}-1\right)=\alpha\left(\frac{D_t}{Y_{t-1}}-1\right)+\beta\left(\frac{S_t}{Y_{t-1}}-1\right)+const.+u_t,$$

General-to-Simple アプローチの結果

- 家計消費では α も $const.$ も有意にならない。
- 設備投資では $const.$ だけ有意にならない。
- $\alpha+\beta=1$ の制約条件は棄却される 。
- サンプル期間を変えると結果が変わる（再掲省略）。

統合比率の推計（家計消費）

$\alpha+\beta=1$	(1) 制約なし	(2) 制約なし	(2') 制約あり 現統合比率	(3) 制約なし 最適モデル
α	0.10	0.11	0.31*	
	(0.17)	(0.17)	(0.17)	
β	0.72***	0.72***	0.69***	0.81***
	(0.15)	(0.15)	(0.17)	(0.06)
const.	0.06			
	(0.11)			
Dev	0.343	0.349	0.388	0.347
SE	0.435	0.425	0.484	0.418
$\bar{R}^2$	0.887	0.892	0.860	0.895
AIC	1.316	1.227	1.438	1.147

統合比率の推計（設備投資）

$\alpha+\beta=1$	(1) 制約なし	(2) 制約なし 最適モデル	(2') 制約あり 現統合比率	(3) 制約なし
α	0.41***	0.41***	0.49***	
	(0.14)	(0.13)	(0.14)	
β	0.43***	0.43***	0.51***	0.79***
	(0.14)	(0.13)	(0.14)	(0.08)
const.	0.06			
	(0.58)			
Dev	1.917	1.914	2.048	2.059
SE	2.525	2.450	2.696	2.985
$\bar{R}^2$	0.883	0.890	0.867	0.837
AIC	4.834	4.730	4.873	5.076

$\alpha + \beta < 1$ は妥当か？

推計式を対数近似して変換すると

$$\begin{aligned} y_t &= \alpha d_t + \beta s_t + (1-\alpha-\beta) y_{t-1}, \Leftrightarrow \\ y_t &= \alpha d_t + \beta s_t && (1) \\ & \quad + y_{t-1} - \alpha d_{t-1} - \beta s_{t-1} && (2) \\ & \quad + \alpha(d_{t-1} - y_{t-1}) + \beta(s_{t-1} - y_{t-1}). && (3) \end{aligned}$$

- (3) 行目は捨象する（前年比の計算方法によって消去可能)。
- (1) 行目だけみると、$d_t = s_t \ \forall t$ の場合、$\alpha + \beta < 1$ だと $y_t < d_t (= s_t)$ になる。
- ただし、その場合 (2) 行目は正の値になる。

$\alpha + \beta < 1$ のときに (1) 行目のようなかたちで、水準で統合するのは誤り。

$\alpha + \beta = 1$ は妥当か？

Data Generation Process ($\tilde{x}_t = x_t - y_{t-1}$)

$$\begin{aligned} \tilde{d}_t &= \phi \tilde{y}_t + v_t, \ v_t \sim N(0, \sigma_v^2) && (1) \\ \tilde{s}_t &= \psi \tilde{y}_t + w_t, \ w_t \sim N(0, \sigma_w^2) && (2) \end{aligned}$$

- 需要側推計値、供給側推計値は年次確報値の情報を含むが、不完全にしか反映されていない。
- 仮に、需要側・供給側推計値よりも振れが大きければ、「$\phi > 1$、$\psi > 1$」もしくは「σ_v^2、σ_w^2 が大きな値をとる」

$$\tilde{y}_t = \alpha \tilde{d}_t + \beta \tilde{s}_t + u_t, \ u_t \sim N(0, \sigma^2) \qquad (3)$$

$\alpha + \beta = 1$ は妥当か？

前スライド (3) 式に (1)、(2) 式を代入して期待値をとると

$$E(\tilde{y}_t) = \alpha\phi E(\tilde{y}_t) + \beta\psi E(\tilde{y}_t),$$

$$\Rightarrow \alpha\phi + \beta\psi = 1.$$

- $\alpha + \beta = 1$ となるのは、$\phi = \psi = 1$ といったかなり特殊なケースに限られる。
- ϕ、ψ とも 1 を上回れば（もしくはいずれかの値が十分に 1 を上回れば)、$\alpha + \beta < 1$ となる。

$\alpha + \beta = 1$ は妥当か？

最小二乗法で α、β を求めると

$$\alpha = \frac{\phi\sigma_w^2}{\psi^2\sigma_v^2 + \phi^2\sigma_w^2 + \frac{\sigma_v^2\sigma_w^2}{\sigma^2}},$$

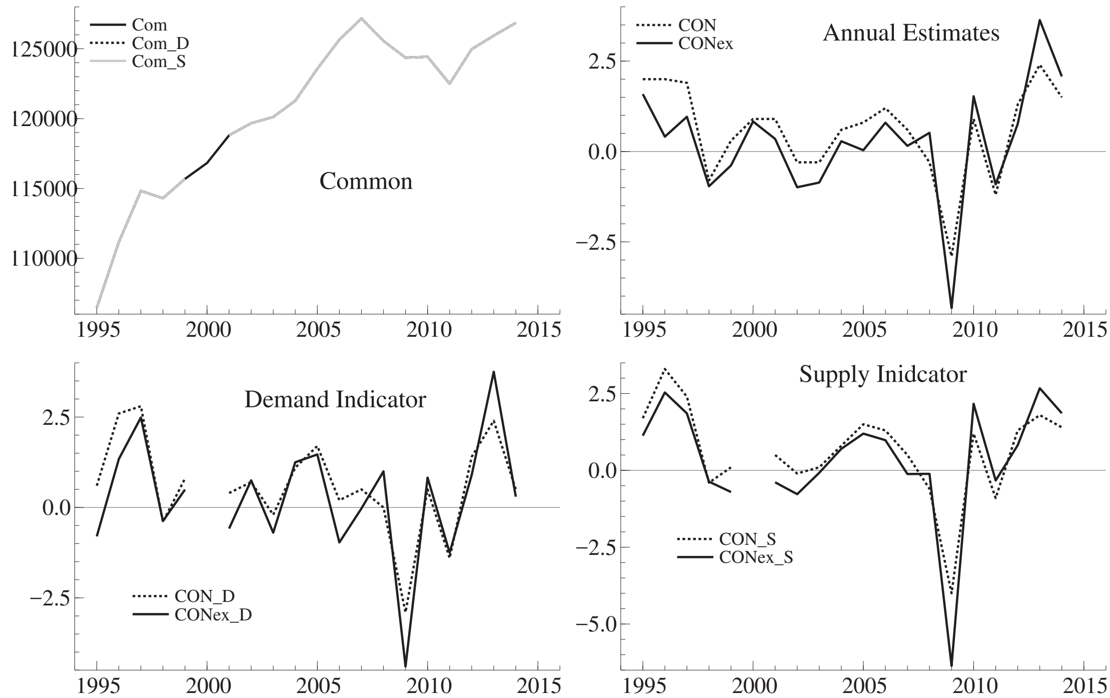
$$\beta = \frac{\psi\sigma_v^2}{\psi^2\sigma_v^2 + \phi^2\sigma_w^2 + \frac{\sigma_v^2\sigma_w^2}{\sigma^2}},$$

- 一般には $\alpha + \beta = 1$ は成り立たない。
- ϕ、ψ とも 1 を上回れば（もしくはいずれかの値が十分に 1 を上回れば)、$\alpha + \beta < 1$ となる。
- σ_v^2 もしくは σ_w^2 が十分に大きければ、$\alpha + \beta < 1$ となる。

$\tilde{d}_t$、$\tilde{s}_t$ の振れが大きいときには、$\alpha + \beta < 1$ となって振れを均す必要。

共通推計品目（家計消費）

前回受領データでは、家計消費には共通推計品目が含まれており、設備投資からは共通推計品目が除かれている。



統合比率の推計（家計消費・除く共通推計品目）

$\alpha+\beta=1$	(1) 制約なし	(2) 制約なし	(2') 制約あり 現統合比率	(3) 制約なし 最適モデル
α	0.11	0.11	0.32*	
	(0.18)	(0.17)	(0.17)	
β	0.65***	0.65***	0.68***	0.73***
	(0.15)	(0.15)	(0.17)	(0.09)
const.	-0.02			
	(0.18)			
Dev	0.583	0.580	0.672	0.570
SE	0.767	0.745	0.832	0.732
$\bar{R}^2$	0.772	0.785	0.732	0.792
AIC	2.452	2.347	2.521	2.265

スライド 3 と結果は変わらず。ただし、Dev、SE が大きくなる。

共通推計品目

共通推計品目を明示的に考慮に入れた DGP

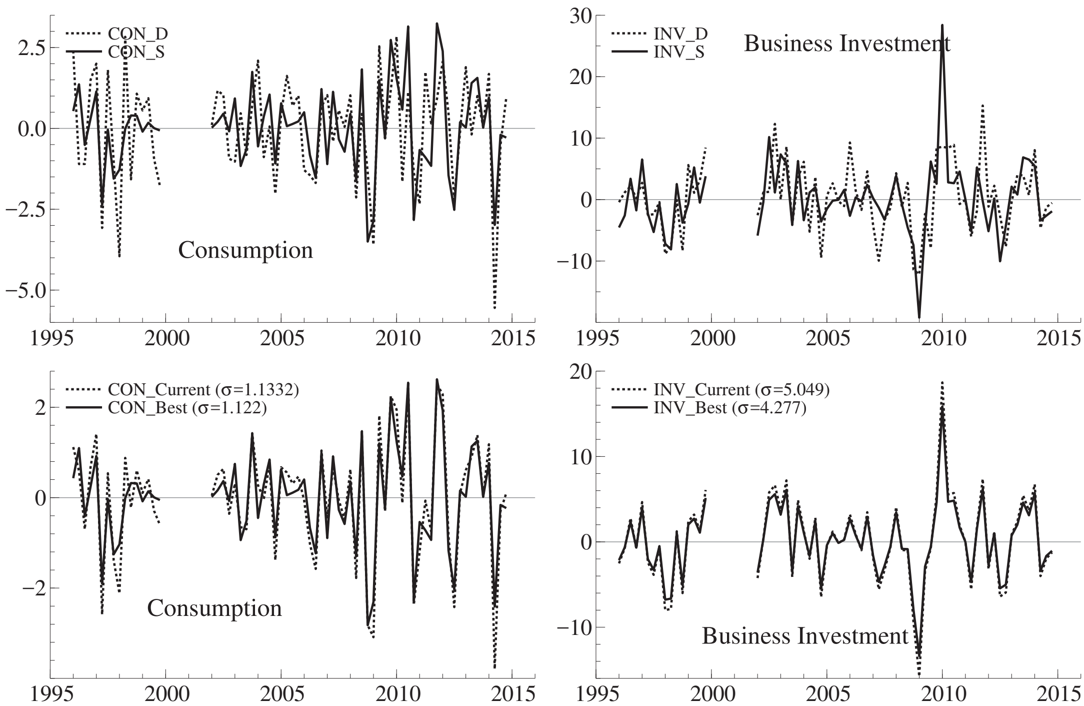
$$Y_t = Y_t^c + Y_t^n, \qquad (1)$$

ただし、Y_t^c は共通推計品目、Y_t^n はそれ以外の年次推計値

$$\begin{aligned} \tilde{d}_t &= \phi \tilde{y}_t^n + v_t, & (2) \\ \tilde{s}_t &= \psi \tilde{y}_t^n + w_t, & (3) \\ \tilde{c}_t &= \gamma \tilde{y}_t^c + \varepsilon_t, & (4) \end{aligned}$$

ただし、$\tilde{c}_t$ は共通推計品目の QE 段階（リアルタイム）での推計値
(4) 式を用いて共通推計品目の推計精度を上げることも重要。

四半期推計値



QE 推計

簡易的に 2014 年の家計消費 QE 推計値を試算

- 2013 年までの年次確報値（Y_t）を、現行と最適モデルの統合比率から計算した原計数前期比の情報を用いて四半期値 $(Y_t^1, \ldots, Y_t^4)$ に分割する。

$$Y_t = Y_t^1 + Y_t^2 + Y_t^3 + Y_t^4.$$

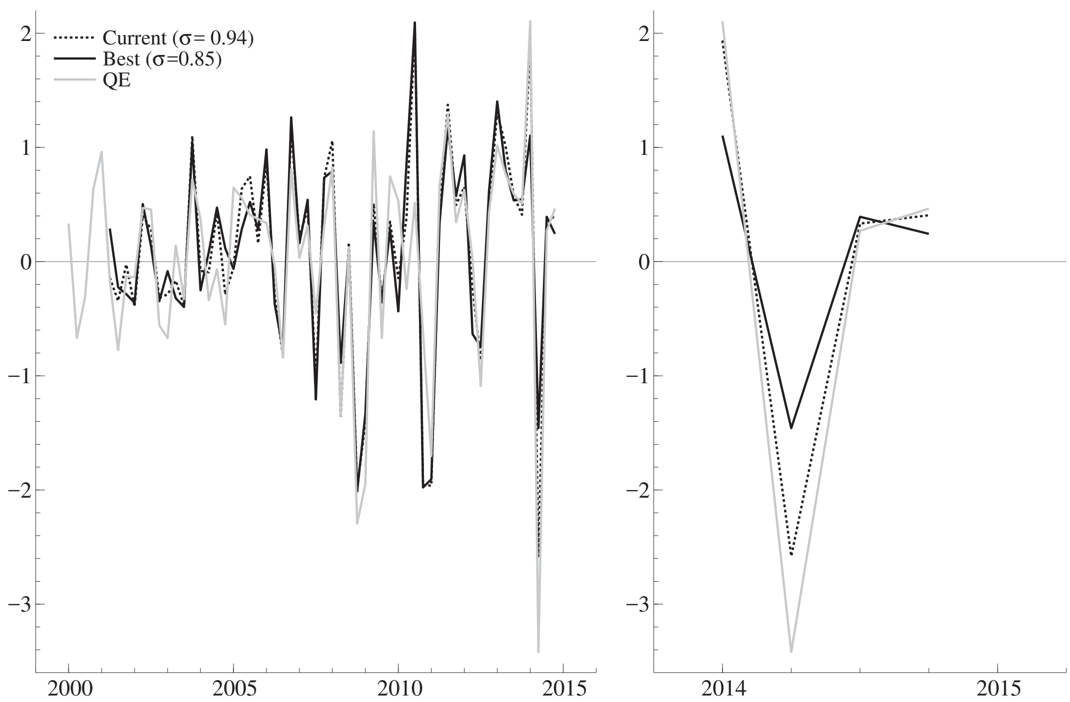
$Y_t^2 = r_t^2 Y_t^1, Y_t^3 = r_t^3 Y_t^2, Y_t^4 = r_t^4 Y_t^3$ の関係を用いると、

$$Y_t = Y_t^1(1 + r_t^2 + r_t^2 r_t^3 + r_t^2 r_t^3 r_t^4).$$

r_t^2, r_t^3, r_t^4 に試算された原計数前期比を用れば、この関係より Y_t^1 が得られ、他の四半期の値も求まる。

- 2013 年 10-12 月期を発射台に原計数前期比で 2014 年の各四半期の値を求める（伸び率による統合）。
- 得られた 2001 年以降の原計数に季節調整をかける。

2014 年の QE・名目家計消費



設備投資については共通推計品目を受領していないので同様の検証ができず。

まとめ

今回検証結果

- $\alpha+\beta=1$ を先験的に仮定することは難しく、需要側・供給側推計値の方が年次推計値よりも振れが大きいときには、理論的には $\alpha+\beta<1$ となる可能性が高い。
- 家計消費について、共通推計品目を取り除いたかたちで推計しても、統合比率については前回検証で得られたものとほぼ変わらなかった。ただし、現統合比率から最適モデルのそれに変えた場合の乖離や標準偏差の改善度合いは大きくなる。
- 最適モデルの統合比率を用いて四半期系列を計算すると、現行のものに比べて、四半期の振れも小さくなる。

まとめ

さらに検証をすすめるためには

家計消費、設備投資の取り扱いを揃えて、スライド 11 の DGP の枠組みで検証するためには、年次（リアルタイム）と四半期ベースで、以下の系列が必要。

- 共通推計品目（年次の共通推計品目については確報値も）
- 需要側推計値（除く共通推計品目）
- 供給側推計値（除く共通推計品目）

QE 推計における「会計的整合性」について

ユーザーの立場からすると

- 年次推計をコアとした SNA において会計的整合性を基本原理とすることに異論はない。
- ただし、「現行の」QE 推計で会計的整合性を重んじるのは、どこまで意味があるのだろうか。
  - そもそも需要側・供給側推計値は公表されていない。「四半期と暦年の不整合」、「元データからかい離した特異な動き」はユーザーからすると、不可知のもの。
  - 過去の値が改定されるのは、今の QE でもよくあること。むしろ、統合比率を適切に見直すことにより、QE から年次確報値への段差は小さくなることが予想される。
  - 「需要側・供給側推計値を統合」した段階で、会計的アプローチは踏み越えているのでは。
- 将来、QE 推計を年次推計とできるだけシームレスになるように見直し、会計的整合性をより重視すること自身は望ましい改革。その場合、ユーザーとしては、いつまでに何を実現するのか、工程表を明らかにしてもらいたい。

17 / 18

（参考）平成 14 年 8 月内閣府作成資料より

「需要側・供給側推計値の統合の考え方について」

（注１）国内家計最終消費支出の線型最良不偏推計値の導出方法

Ｃの推計値$\tilde{C}$を、C_d、C_s　の線型結合により推計する。

$$C_d = C + \varepsilon_d$$
$$C_s = C + \varepsilon_s$$
$$E(\varepsilon_d) = E(\varepsilon_s) = 0$$

と仮定する。ここで、Ｃの推計値を

$$\tilde{C} = k_d C_d + k_s C_s$$

と置くと、

$$E(\tilde{C}) = k_d(C + \varepsilon_d) + k_s(C + \varepsilon_s)$$
$$= (k_d + k_s)C$$

これが常にＣに一致する（不偏性）ためには、

$$k_d + k_s = 1$$

であることが必要かつ十分である。ここで、$k_d = k$ と置けば、$k_s = 1 - k$ となる。

18 / 18

参考１

国民経済計算体系的整備部会・懇談会

（１２月１１日）: 補足説明資料

懇談会における質問「関根委員が推計したα、β（α＋β＜１）を用いてQEを推計すると、伸び率が過小となり、QEの値が小さな値になるのではないか」に対する関根委員の説明を、数式展開を含めて、整理したものである。

２０１７年１２月２７日

統計委員会担当室

（懇談会における質問）

関根委員が推計したα、β（α＋β＜1）を用いてQEを推計すると、伸び率が過小となり、QEの値が小さな値になるのではないか。

（答）

関根委員が推計した「統合比率の代替的アプローチ」（関根委員提出資料の図表５）においては、以下の式を推計している。

$$Y_t = \alpha D_t + \beta S_t \quad \cdots\cdots（1）$$

ただし、Y_t D_t S_tは、各々、（２）式で定義される t 年における年次推計値、QE需要側推計値、QE供給側推計値の前年比である。

$$Y_t = \frac{y_t}{y_{t-1}} - 1 \qquad D_t = \frac{d_t}{y_{t-1}} - 1 \qquad S_t = \frac{s_t}{y_{t-1}} - 1 \qquad \cdots\cdots（2）$$

y_t d_t S_tは、各々、t年における年次推計値、QE需要側推計値、QE供給側推計値の水準値である。

ここで（2）式を（1）式に代入すると

$$\frac{y_t}{y_{t-1}} - 1 = \alpha \frac{d_t}{y_{t-1}} - \alpha + \beta \frac{s_t}{y_{t-1}} - \beta$$

$$y_t - y_{t-1} = \alpha d_t - \alpha y_{t-1} + \beta s_t - \beta y_{t-1}$$

$$y_t = \alpha d_t + \beta s_t + (1 - \alpha - \beta) y_{t-1} \quad \cdots\cdots（3）$$

となる（注）。

（３）式によると、t年の年次推計値は、t年のQE需要側推計値、QE供給側推計値、t-1年の年次推計値、３つの水準値の加重平均となっており、かつ、３つの項の係数の和が１（α＋β＋（１―α―β）＝１）である。

このため、α＋βが１より小さくなっている場合においても、t年の年次推計値がどんどん小さくなってしまうことはない。

（注）

上記の数式展開は、以下のように対数近似を用いても導出することが可能で

ある（関根委員が、懇談会で言及したのは以下の内容である）

$$Y_t = \frac{\mathrm{y}_t}{y_{t-1}} - 1 \cong \log y_t - \log y_{t-1} \qquad ・・・・（4）$$

$$D_t = \frac{\mathrm{d}_t}{y_{t-1}} - 1 \cong \log \mathrm{d}_t - \log y_{t-1} \qquad ・・・・（5）$$

$$\mathrm{S}_t = \frac{\mathrm{s}_t}{y_{t-1}} - 1 \cong \log \mathrm{s}_t - \log y_{t-1} \qquad ・・・・（6）$$

ここで（4）（5）（6）式を（1）式に代入すると、

$$\log y_t - \log y_{t-1} = \alpha(\log d_t - \log y_{t-1}) + \beta(\log s_t - \log y_{t-1})$$

$$\log y_t = \mathrm{\alpha} \log d_t + \beta \log s_t + (1 - \alpha - \beta) \log y_{t-1} \qquad ・・・・（7）$$

となる。

（7）式によると、同様に、t 年の年次推計値は、t 年の QE 需要側推計値、QE 供給側推計値、t-1 年の年次推計値、３つの水準値の加重平均となっており、かつ、３つの項の係数の和が１（α＋β＋（１―α―β）＝１）となっている。

以　　上

参考2

国民経済計算体系的整備部会・懇談会（12月11日）：補足説明資料（その2）

懇談会では、委員から
「関根委員が推計したα、βが、α＋β＜1となっているのは、QEの需要側・供給側推計値の前年比変化率は、年次推計値の変化率よりも、平均的に大きくなっていることを意味する。これには、何か必然性があるのか」
との発言があった。
QE需要側・供給側推計値、年次推計値の前年比変化率（1995～2014年＜2000年を除く＞）について、事務局で事実確認を行ったので報告する。

2018年1月22日
統計委員会担当室

- 年次推計値とQEの需要側・供給側推計値について、前年比変化率の絶対値平均を比較すると、1995～2014年においては、国内家計最終消費支出のQE需要側推計値を除き、QEの需要側・供給側推計値が年次推計値よりも大きくなっていた（下表）。

✓ これは、同期間においては、QEの基礎統計である動態統計（生産動態統計、法人企業統計など）の変化率が、年次推計の基礎統計である構造統計（工業統計など）の変化率よりも、平均的には大きくなる傾向があった可能性を示している。

✓ しかしながら、QEと年次推計では細分化のレベル等を含め推計手法が異なるほか、公的固定資本形成の改定幅にも影響される（注：民間企業設備は総固定資本形成から公的固定資本形成や民間住宅を控除して推計される）。このため別な要因による可能性もある。

▽ 家計消費・民間企業設備の前年比（1995～2014年＜ただし、2000年を除く＞、%）

	国内家計最終消費支出		民間企業設備	
	変化率平均	同絶対値平均	変化率平均	同絶対値平均
年次推計値	0．56	1．16	－0．27	5．60
QE需要側推計値	0．59	1．11	－0．44	6．65
QE供給側推計値	0．63	1．26	－0．32	6．08

2018 年 2 月 18 日

GDP 統合に関するメモ

西郷 浩

1 目的

最小 2 乗法を援用して、需要側と供給側の系列の統合比率を求める方法を提示する。具体的には、

$$\hat{Y}_t = D_t^{\alpha} S_t^{1-\alpha} \qquad (t = 1, 2, \ldots, n) \tag{1}$$

または、

$$\tilde{Y}_t = \beta D_t + (1-\beta) S_t \qquad (t = 1, 2, \ldots, n) \tag{2}$$

で計算される系列が、系列 $\{Y_t\}$ になるべく近くなるように係数 α または β を選ぶ。ただし、Y_t は t 時点での確報の値、D_t と S_t はそれに対応する需要側と供給側の値を示す。

2 乖離の定義

式 (1) に基づく $\{Y_t\}$ と $\{\hat{Y}_t\}$ との乖離を以下のように定義する。式 (1) は以下のように書き換えられる。

$$\log \hat{Y}_t = \alpha \log D_t + (1-\alpha) \log S_t$$

（相対的な）水準の乖離と変化率の乖離の間の重みをあらわす係数 λ（ただし、$0 \le \lambda \le 1$）を所与として、$\{\hat{Y}_t\}$ と $\{Y_t\}$ との乖離を以下のとおり定める。

$$d(Y, \hat{Y}) = \lambda \sum_{t=1}^{n} (\log Y_t - \log \hat{Y}_t)^2 + (1-\lambda) \sum_{t=2}^{n} (\Delta \log Y_t - \Delta \log \hat{Y}_t)^2. \tag{3}$$

式 (3) の右辺第 1 項は近似的に相対的な乖離 $(Y_t - \hat{Y}_t)/\hat{Y}_t$ の平方和に等しく、第 2 項は近似的に Y_t の変化率 $\dot{Y}_t = \Delta Y_t / Y_{t-1}$ と $\hat{Y}_t$ の変化率 $\dot{\hat{Y}}_t = \Delta \hat{Y}_t / \hat{Y}_{t-1}$ の差の平方和に等しい。係数 λ の大きさによって、どちらがどの程度重視されるかが決まる。

式 (2) に基づく $\{Y_t\}$ と $\{\tilde{Y}_t\}$ との乖離も同様に以下のように定義する。

$$d(Y, \tilde{Y}) = \lambda \sum_{t=1}^{n} (Y_t - \tilde{Y}_t)^2 + (1-\lambda) \sum_{t=2}^{n} (\dot{Y}_t - \dot{\tilde{Y}}_t)^2 \tag{4}$$

式 (4) の右辺第 1 項は（絶対的な）Y_t と $\tilde{Y}_t$ との乖離の平方和である。したがって、$\{Y_t\}$ の測定単位の変化によって値が変化する。このことを考慮して、係数 λ の値を選ぶ必要がある。

3 係数の求め方

所与の λ について式 (3) を最小にする係数 $\hat{\alpha}_\lambda$ は以下のように求められる。

$$\hat{\alpha}_\lambda = \frac{\lambda c_1 \hat{\alpha}_1 + (1-\lambda) c_0 \hat{\alpha}_0}{\lambda c_1 + (1-\lambda) c_0} \tag{5}$$

ただし、

$$
\begin{aligned}
\hat{\alpha}_1 &= \frac{\sum_{t=1}^{n}(\log D_t - \log S_t)(\log Y_t - \log S_t)}{\sum_{t=1}^{n}(\log D_t - \log S_t)^2}, \\
\hat{\alpha}_0 &= \frac{\sum_{t=2}^{n}(\Delta \log D_t - \Delta \log S_t)(\Delta \log Y_t - \Delta \log S_t)}{\sum_{t=2}^{n}(\Delta \log D_t - \Delta \log S_t)^2}, \\
c_1 &= \sum_{t=1}^{n}(\log D_t - \log S_t)^2, \\
c_0 &= \sum_{t=2}^{n}(\Delta \log D_t - \Delta \log S_t)^2.
\end{aligned}
$$

たとえば、$\lambda = c_1^{-1}/(c_1^{-1} + c_0^{-1})$ とすると、$\hat{\alpha}_\lambda = (\hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_0)/2$ となる。逆に言えば、α_λ を $\hat{\alpha}_1$ と $\hat{\alpha}_0$ の算術平均で求めた場合、相対的な乖離にかかる重みを $\lambda = c_1^{-1}/(c_1^{-1} + c_0^{-1})$ で選んだことになる。

所与の λ について式 (4) を最小にする係数 $\tilde{\beta}_\lambda$ は以下の反復式で求められる。反復式が必要な理由は、$\tilde{Y}_t$ が式 (4) の分母にも現れるためである。

1. $\tilde{\beta}_\lambda$ の初期値を定める。これを $\tilde{\beta}_\lambda^{(0)}$ と記す。$\varepsilon > 0$ を定める。$k = 1$ とする。
2. $\tilde{\beta}_\lambda^{(k-1)}$ を所与として、第 k 回目の反復において、$\tilde{\beta}_\lambda^{(k)}$ を以下のように求める。

$$
\tilde{\beta}_\lambda^{(k)} = \frac{\lambda \sum_{t=1}^{n}(D_t - S_t)(Y_t - S_t) + (1-\lambda)\sum_{t=2}^{n}\left(\frac{\Delta D_t - \Delta S_t}{\tilde{Y}_{t-1}^{(k-1)}}\right)\left(\frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}} - \frac{\Delta S_t}{\tilde{Y}_{t-1}^{(k-1)}}\right)}{\lambda \sum_{t=1}^{n}(D_t - S_t)^2 + (1-\lambda)\sum_{t=2}^{n}\left(\frac{\Delta D_t - \Delta S_t}{\tilde{Y}_{t-1}^{(k-1)}}\right)^2}
$$

   ただし、$\tilde{Y}_{t-1}^{(k-1)} = \tilde{\beta}_\lambda^{(k-1)} D_t + (1 - \tilde{\beta}_\lambda^{(k-1)}) S_t$ である。

3. もし、$|\tilde{\beta}_\lambda^{(k)} - \tilde{\beta}_\lambda^{(k-1)}| > \varepsilon$ であれば、k を 1 つ増加させて、ステップ 2 に戻る。そうでなければ、$\tilde{\beta}_\lambda = \tilde{\beta}_\lambda^{(k)}$ として計算を終える。

収束の条件は未確認である。しかし、提供されたデータで試算した結果は常に収束した。

4 試算

試算の結果、式 (4) の係数 λ の値を、式 (3) の係数 λ の値に対応するように選べば、$\tilde{\beta}_\lambda$ と $\{\tilde{Y}_t\}$ は、$\hat{\alpha}_\lambda$ と $\{\hat{Y}_t\}$ とほとんど変わらなかった。以下では、$\hat{\alpha}_\lambda$ と $\{\hat{Y}_t\}$ に関する結果について報告する。

4.1 消費系列

図 1 には対数変換した消費の系列と、その階差（変化率）を示す。需要の値と供給の値とで大小関係が入れ替わることがある。また、確報の値が両者に間に位置しない場合もある。$0 \leq \alpha \leq 1$ という想定は、確報の値が需要側の値と供給側の値との間にあることを想定している。もし、その想定から乖離する傾向が続く場合は、需要系列と供給系列の推計方法にまで立ち返って慎重に精査するのがよい。

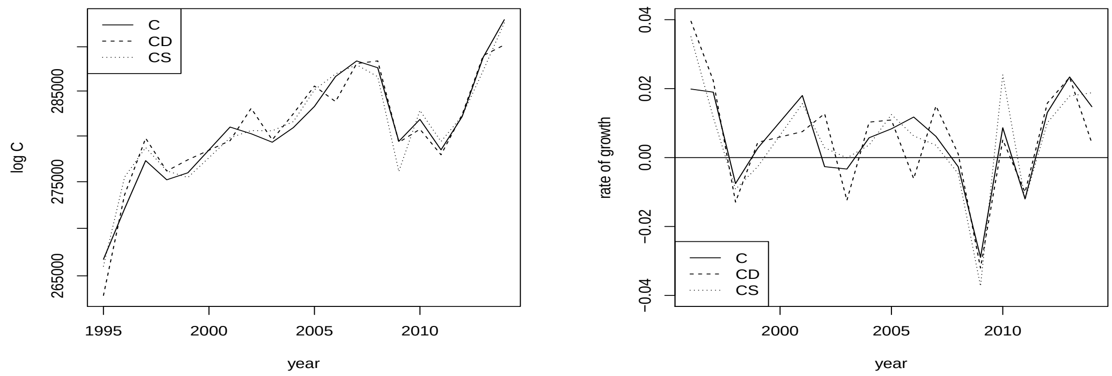


図 1: 対数変換した消費の系列（左）とその階差（右）

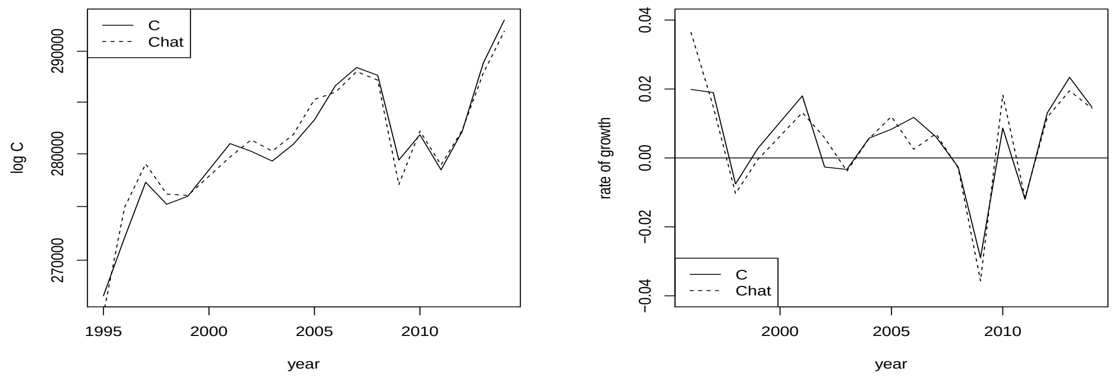


図 2: 対数変換した消費の実系列と推計系列（左）とそれらの階差（右）

$\lambda = 1$ と $\lambda = 0$ に対応する $\hat{\alpha}_\lambda$ の値は、それぞれ、以下のように与えられる。

$$
\begin{aligned}
\hat{\alpha}_1 &= 0.3216 \\
\hat{\alpha}_0 &= 0.2857
\end{aligned}
$$

$c_1 = 4.90 \times 10^{-5},\ c_0 = 7.68 \times 10^{-6}$ であるから、$\lambda = c_1^{-1}/(c_1^{-1} + c_0^{-1}) = 0.135$ とすれば、$\hat{\alpha}_{0.135} = 0.304$ となる。この統合比率を使って得られる $\{\hat{C}_t\}$ を $\{C_t\}$ と比べると、図 2 のようになる。

4.2 投資系列

図 3 には対数変換した投資の系列と、その階差（変化率）を示す。投資の系列についても、消費の系列と類似の注意が必要である。また、消費の系列よりもいっそう変化が激しい。

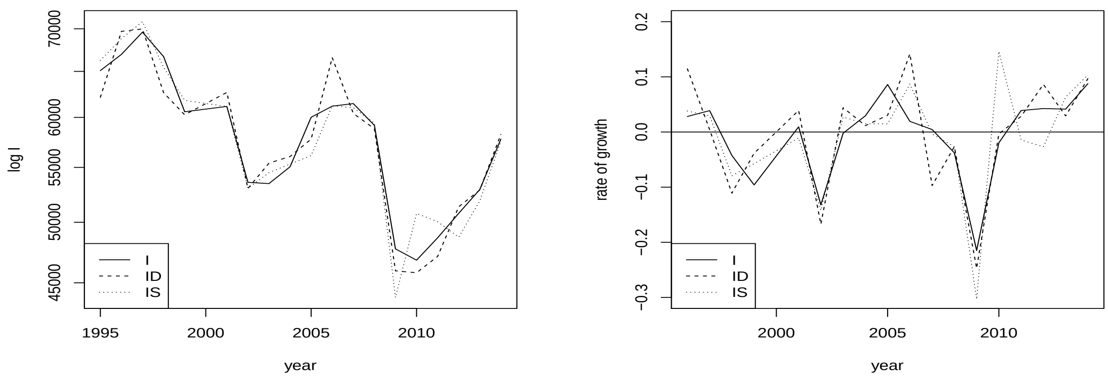


図 3: 対数変換した投資の系列（左）とその階差（右）

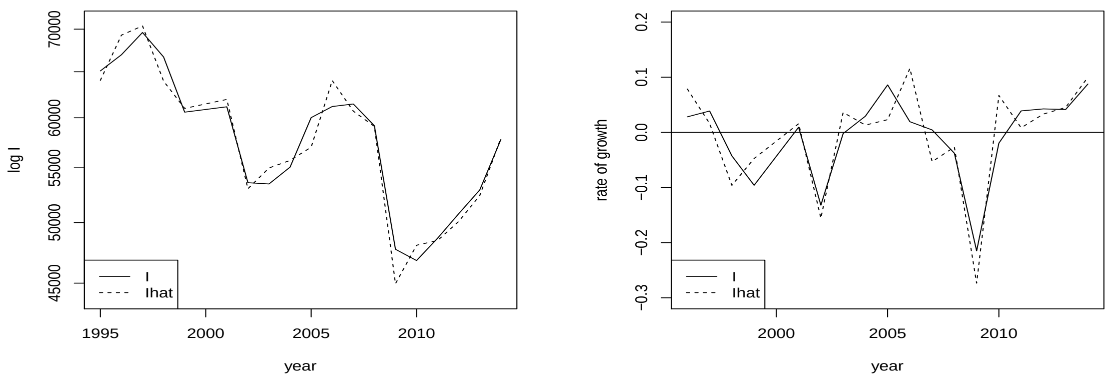


図 4: 対数変換した投資の実系列と推計系列（左）とそれらの階差（右）

$\lambda = 1$ と $\lambda = 0$ に対応する $\hat{\alpha}_\lambda$ の値は、それぞれ、以下のように与えられる。

$$\begin{aligned}\hat{\alpha}_1 &= 0.5233 \\ \hat{\alpha}_0 &= 0.5374\end{aligned}$$

$c_1 = 4.16 \times 10^{-4},\ c_0 = 5.83 \times 10^{-3}$ であるから、$\lambda = c_1^{-1}/(c_1^{-1} + c_0^{-1}) = 0.933$ とすれば、$\hat{\alpha}_{0.933} = 0.530$ となる。この統合比率を使って得られる $\{\hat{I}_t\}$ を $\{I_t\}$ と比べると、図 4 のようになる。

5 まとめ

このメモでは、統合比率の合計が 1 になるという前提のもとで、（相対的な）水準と変化率の両方を勘案した統合比率の計算方法を提示した。

試算の結果、λ の値によらず、統合比率 $\hat{\alpha}_\lambda$ の計算結果は、0 と 1 の間の数値となった。最小 2 乗法では $0 \leq \hat{\alpha}_\lambda \leq 1$ という制約は課していないけれども、$\{Y_t\}$ と $\{D_t\}, \{S_t\}$ が大きく乖離していない限り、この制約は結果的に満たされるようである。

いずれにせよ、λ の値の決め方や $\hat{\alpha}_\lambda$ のの計算方法よりも、$\{D_t\}$ や $\{S_t\}$ の選択方法の方が結果に及ぼす影響がはるかに大きい。したがって、$\{Y_t\}$ と安定的な関係を持つ $\{D_t\}$ と $\{S_t\}$（理想的には、前者がいつも後者 2 つの間に入る）を発見することに注力する方が生産的である。