

接続料の算定に関する研究会

NGNコストドライバの見直しに関するワーキンググループ における検討の結果

平成31年4月

総務省 総合通信基盤局

電気通信事業部 料金サービス課

1. NGNにおいて品質クラスの種類に応じて優先して通信を取り扱う優先パケット関係機能の接続料の算定に関し、複数の品質クラスの間で中継ルータ・伝送路等の共用設備費用（一般第一種指定中継系ルータ設備等の費用）を配賦するための基準となる係数（コストドライバ）については、NTT東日本・西日本から、「接続料の算定に関する研究会」（以下単に「研究会」という。）の平成30年（2018年）11月1日開催の第15回会合において、「優先クラス」と「ベストエフォートクラス」との間で単価の差異が生じるよう見直したい旨の説明が具体的な見直し提案とともに行われた。しかしながら、当該提案については様々な指摘があり、なお詳細な検討を要する状況にあるとされたため、研究会の開催要綱に基づき、「NGNコストドライバの見直しに関するワーキンググループ」を設け、平成31年度（2019年度）以降の品質クラス別の接続料について適切なコストドライバを採用することに資する詳細な検討を実施したところである。
2. 具体的には、以下のように会合を開催してきたところ、本資料では、これらの会合における検討の結果を整理し示すものである。

【表 開催状況】

会合	議題
第1回 (平成30年12月10日)	<ul style="list-style-type: none"> ・ 本ワーキンググループについて ・ 主査からの提案について ・ 事前に寄せられた各質問に関する検討
第2回 (平成31年1月23日)	<ul style="list-style-type: none"> ・ 前回WGの指摘等を踏まえた検討(ソフトバンク、KDDI、NTT東日本・西日本からの説明) ・ 討議
第3回 (平成31年2月14日)	<ul style="list-style-type: none"> ・ 前回WGの指摘等を踏まえた検討①(ソフトバンク、KDDI、NTT東日本・西日本、相田主査からの説明) ・ 前回WGの指摘等を踏まえた検討②(NTT東日本・西日本、相田主査からの説明) ・ 討議
第4回 (平成31年2月28日)	<ul style="list-style-type: none"> ・ 前回WGの指摘等を踏まえた検討(KDDI、NTT東日本・西日本からの説明) ・ 討議

【表 構成員一覧】（※敬称略）

主査	相田 仁	東京大学大学院工学系研究科教授	東日本電信電話株式会社
主査代理	酒井 善則	東京工業大学名誉教授 ・津田塾大学総合政策学部客員教授	西日本電信電話株式会社 KDDI株式会社
	関口 博正	神奈川大学経営学部教授	ソフトバンク株式会社

3. 本WGでは、共用設備費用を品質クラス別に配賦する際の重み付けに用いるため、次の手順により、クラスごと及び全クラス合計のトラヒックを入力値として新係数を算定することが適当との結論を得た。

手順1: あるクラスのトラヒックが入力値から一定量増加した場合に、(それにより本来増加するはずの)各クラスの遅延時間を入力値に対応する水準から増加させないようにするために必要となる設備量(出力帯域)を当該各クラスごとに求める。

手順2: 手順1で求められた必要設備量の最大値を取ることで、あるクラスでトラヒック増加が生じても全クラスの遅延時間が増加しないようにするために必要となる設備量を求める。

手順3: 手順2でクラスごとに求めた必要設備量を、最下位クラス(ベストエフォートクラス)について手順2により求めた必要設備量を1とする値に変換して新係数とする。

	クラス4の トラヒックが増加	クラス3の トラヒックが増加	クラス2の トラヒックが増加	クラス1の トラヒックが増加
手順1	クラス1の 必要設備量	$\frac{1/\rho}{C_1+1}$	$\frac{C_1+1/\rho}{C_1+1}$	$\frac{C_1+1/\rho}{C_1+1}$
	クラス2の 必要設備量	$\frac{1/\rho}{C_1+C_2}$	$\frac{C_2+1/\rho}{C_1+C_2}$	$\frac{C_1+C_2+1/\rho}{C_1+C_2}$
	クラス3の 必要設備量	$\frac{1/\rho}{C_2+C_3}$	$\frac{C_3+1/\rho}{C_2+C_3}$	$\frac{C_2+C_3+1/\rho}{C_2+C_3}$
	クラス4の 必要設備量	$\frac{C_4+1/\rho}{C_3+C_4}$	$\frac{C_3+C_4+1/\rho}{C_3+C_4}$	
手順2	全クラスの 遅延を解消する 必要設備量	上記の内、最大 ①	上記の内、最大 ②	上記の内、最大 ③
手順3	係数化	①÷①	②÷①	③÷①

【凡例】

- クラス1: 最優先クラス(ひかり電話等)
 - クラス2: 高優先クラス(放送の再送信等)
 - クラス3: 優先クラス(フレッツ 光ネクスト プライオ、接続事業者の0ABJ電話等)
 - クラス4: ベストエフォートクラス(インターネット等)
- ※以上の括弧内は現時点での主な利用形態(予定を含む)
 ρ : 全クラス合計トラヒックの入力値(出力帯域使用率)
 $C_1 \sim C_4$: 各クラスのトラヒックの入力値(出力帯域使用率)に基づく値
 ※ $C_1 \sim C_4$ の算定式については別紙参照

【新係数の暫定的な算出結果】

		新係数の値			
		クラス4	クラス3	クラス2	クラス1
入力値	実績	1.00	1.17	1.25	1.26
	将来想定	1.00	1.18	1.23	1.28
(参考: 現行の係数)		1.00	1.00	1.16	1.20

注: 「実績」はNTT東日本の平成29年度トラヒックを入力値として用いたもの、「将来想定」はNTT東日本・西日本が係数の安定的な運用への影響を把握する観点から中長期的な将来を大胆に予測した値を入力値としたもの(詳細後述)。

4. 上記の数式や、その展開方法は、待ち行列理論を基礎として数理的にクラス間の重み付けを算定するため、相田主査及び酒井主査代理からの累次の提案に沿って構築されたものである。

5. 一方で、この新係数がどの範囲の設備費用に適用されるべきかという論点(適用範囲)と、現行の「QoS換算係数」と重ねて適用することの是非及び重ねて適用する場合のその方法という論点(QoS換算係数との関係)については、以下のように、多様な意見が示され、限られた関係者で結論を得るより、研究会会合等よりオープンな場での継続検討を行うことが適当ではないかと考えられた。

(1) 適用範囲に関する意見の状況

① NTT東日本・西日本

次の理由から中継ルータ・伝送路の全体に適用するべき。

1. 数式で求められた係数は「単位トラフィックあたりの品質クラスごとに設備増強への寄与度が異なり、その度合い」を表している。数式から求められた「コスト(設備量)」が「帯域(ρ)」であることを踏まえれば、その対象範囲をネットワーク(中継ルータ・伝送路)の伝送帯域と捉えることが適当
2. 中継ルータ・伝送路は、必ず対向して設備増強がなされ、どちらか片方のみ増強されることはありえないことから、一体的にネットワーク増強がなされており、双方が優先制御に係るQoSクラス間のコスト差を含むトラフィックの影響を受けていると考えることが適当。例えば適用範囲を中継ルータに限定した場合には、「対向する設備が一体的に増強される」という設備増強の実態と整合しない考え方になるため、優先制御に係るコスト影響が適切に反映できなくなり、QoSクラス間の費用負担の公平性が担保されない。

② KDDI

次の理由から、中継ルータのインターフェース部分及び伝送装置のインタフェース部分に限って適用するべき。

1. 伝送路や中継ルータの出力帯域は、本来、実際に疎通するトラフィックに応じて設備量を増減させるものであると考えられるが、品質管理として遅延時間を考慮した場合は、各品質クラスの品質を確保するために設備増強のタイミングが早まるため、現在の設備量が、そうした品質管理のもとに用意された必要設備量であるという前提に立てば、・・・(新係数を)大なり小なり、「コスト配賦の重み付け」として“帯域に基づいて増減するコスト”に適用することは、一定の合理性がある
2. 中継ルータについては、インタフェース部分までは帯域に連動してコストが増減すると考えて問題ないと思われるが、中継ルータのインタフェース以外の部分は、帯域との連動が0ではないものの、帯域に連動してリニアにコストが増減すると考えるのは無理がある
3. 伝送装置(WDM等)については、通常、必要な帯域に応じて波長を利用していくことになるため、設備の波長数を利用しきるまでは、帯域が増加しても、リニアにコストは増加しない(今ある設備量の中で賄われる)ことから、トラフィック量でコスト配賦するのがベターである
4. 伝送路(ダークファイバ)については、利用する帯域に応じて必要な芯線数が増加するものではなく、帯域に連動してリニアにコストが増減すると考えるのは無理があると考えられることから、トラフィック量でコスト配賦するのがベターである

③ ソフトバンク

次の理由から、中継ルータの優先制御を有する構成物品(又は中継ルータ全体)に限って適用するべき。

新係数は、(QoS換算係数と異なり)各クラスの実トラフィックに係数値を乗じた帯域を設備量(出力帯域)として確保するものではなく、あくまで優先制御を実行する際の「各クラスにおける単位パケット当たり価値(コスト)」の比率を求め、係数化したもの。この「単位パケット当たり価値(コスト)」の重みづけは、優先制御「機能」に対して適用するものと理解。よって、中継ルータにおいて、新係数を優先制御機能を実現する構成物品に限定することが最も適当であり、そこまで細かく切り分けなくても、中継ルータに限定することが必要。同様に、優先制御機能を持たない(クラス別トラフィック内訳を判別しない)伝送設備に対し、係数を適用しないことが実態と照らせば合理性がある。

④ 相田主査

伝送路にはNGN以外のトラフィックも流れるので、伝送路には(QoS換算係数を考慮した)トラフィック量をそのまま用いて、新係数は中継ルータに限って適用するのが適当。

⑤ 酒井主査代理

中継ルータ・伝送路の全体に適用することがより適当。階段状に行われる設備増強も線形に平準化した方が分かりやすい。

(2) QoS換算係数との関係に関する意見の状況

①NTT東日本・西日本

次の理由から、QoS換算係数（最優先・高優先クラスに関する帯域上乘せ部分）を新係数に加えて適用すべき。

1. QoS制御は、優先制御（順序制御）と帯域制御（受付制御）の双方を用いて実現されているが、双方は全く別の制御であることから、それぞれの制御による影響を個別にコストドライバへ反映する必要がある。（優先制御⇒新係数、帯域制御⇒QoS換算係数）
2. 優先制御は、疎通する全てのパケットのIPヘッダを識別し、ToSフィールド値に応じた順序でパケットを送出する機能であり、帯域制御は、最優先・高優先クラスがNGNに流入する際、SIPサーバからエッジ設備に対して制御がなされ、ネットワークにおいて要求帯域に加えて上乘せ帯域が確保可能な場合に、当該通信を許容する機能である。「上乘せ帯域」部分に優先制御（順序制御）の影響はなく、「上乘せ帯域」部分に優先制御の影響を反映することは適当でない。

②KDDI

次の理由から、新係数・QoS換算係数のより大きな方のみを適用すべき。

（中継ルータのインタフェース以外の部分についてはいずれの係数も適用しないことが適当）

1. QoS換算係数については、SIPサーバと連動し、最優先クラス及び高優先クラスについて、要求帯域に対して、それぞれ1.2倍、1.16倍の上乗せ帯域を確保するものであることから、新係数と同様に、帯域に基づいて増減するコストに適用することが適切であると考える。
2. 遅延時間を増加させないために必要な増分帯域は、モデル上、帯域制御で確保された帯域の他に、更に丸々増分帯域が必要であるということの意味しておらず、純粋に、ベストエフォートの増分帯域に対して、各QoSクラスの増分帯域比を取っているものであることから、帯域制御で確保された帯域も含めて遅延時間確保のために必要な増分帯域と見ることが適当
3. 例えば、実績ベースの新係数で考えた場合、最優先クラスについては、帯域制御の1.2倍を含めて、1.26倍の帯域があることで、ゆらぎへの対応（帯域制御）と遅延時間の担保の両方に対応できる、と考えるのが適当であることから、新係数とQoS換算係数を重畳適用することは適当ではない。
4. 一方で、新係数がQoS換算係数より小さい場合は、新たな係数のみを適用した場合は、ゆらぎへの対応ができないことから、その場合は、QoS換算係数の1.2倍を適用することで、ゆらぎへの対応と遅延時間の担保の両方に対応できる。

③ソフトバンク

QoS換算係数は各クラスの実トラヒックに係数値を乗じた帯域を設備量（出力帯域）として実設備に確保するものであるため、中継ルータ及び伝送路の双方に適用することが適当。新係数は、パケットの「順序制御」を実施する上での単位パケット当たりの価値（重みづけ）であり実設備を確保するものではないこと、また上述の通りQoS換算係数とは別事象・概念であることから、中継ルータのみを対象として、QoS換算係数（最優先・高優先クラスに関する帯域上乘せ部分）を加える形で適用することが適当。

④相田主査

（新係数の適用範囲を中継ルータに限定した上で）中継ルータのコスト配分に用いるのは新係数のみで十分と考えるが、重複して適用するのであれば、QoS換算係数は確保する帯域に対応するもの、新係数は優先クラス間のコスト配分に対応するものなので、性質の異なる両係数を加算することは避け、QoS換算係数を新係数算定の入力値に適用することで帯域制御の影響を反映することが適当。

⑤酒井主査代理

KDDI意見に賛同。新係数・QoS換算係数のより大きな方のみを適用すべき。

6. 加えて、NTT東日本・西日本は今回の新係数の試算に当たり主に次のような入力値を採用しているが、これについては複数の疑義が示され、同両社からも「必ずしも当該ウエイトを用いて2019年度適用接続料の認可申請を行うものではない」との見解が示されているところ、**接続料算定における具体的な入力値については、なお認可申請等での検討が必要**と考えられる。

直近のIP放送に関する技術基準の法令改正や、放送・映像サービスの動向等を踏まえ、新係数の安定的な運用への影響を把握する観点から中長期的な将来を大胆に予測した値。具体的には、トラフィック合計 ρ は0.2で現状と同じとし、そのうち各クラスの比率は、

最優先クラス $\rho_4 / \rho = 1\%$ (実績0.55%)、高優先クラス $\rho_3 / \rho = 50\%$ (実績18.9%)、優先クラス $\rho_2 / \rho = 9\%$ (実績0.01%)、
 ベストエフォート $\rho_1 / \rho = 40\%$ (実績80.5%)

注) 実績はNTT東日本の平成29年度の値

7. さらに、今回合意を得た**新係数は、実際のネットワークの品質管理基準を算定に用いることが困難という前提を置いて検討した結果であり、当該前提が変わることがあれば、当然に再検討の余地が生じる**と考えられる。この点、KDDIから、次のような今後に向けての意見が表明され、他の構成員からの賛同もあったところであり、今後の対応が期待される。

- ・ (新係数は) **ベストエフォートすらも一切遅延時間を増加させないための必要帯域というバーチャルな前提条件であることは認識する必要**があり、本来、例えば、優先クラス毎に許容される遅延時間に差がある(例えば、最優先クラスは遅延時間の増加は一切許容しないが、ベストエフォートの遅延時間は50%増は許容する等)のであれば、それをモデルに反映させるのが適切な算出方法であると考え。
- ・ ただし、今回の検討においては、そうした実際のネットワークの品質管理基準をもとに係数を求めるのは困難との前提に立っているため、こうした点は今回のモデルの課題とした上で、**とはいえ、実際のネットワークの品質管理とコスト配賦に用いるモデルに大きな乖離があるのであれば、コストドライバとして適切ではない**ため、毎年度、認可申請の際に総務省において、NTT東西から実際のネットワークの品質管理基準等を聴取した上で、大きな変更がないかどうか等については確認が必要だと思われる。
- ・ **市場環境の変化等から、ネットワークの品質管理基準等に大きな変更が生じた場合は、コストドライバの見直しについても検討すべきだ**と考える。

8. 以上、今後の検討に任される事項等を示したが、本WGの最も主要な任務であり最も困難と考えられた新係数算定方法の開発及び合意は達成したので、本WGにおける所要の検討はひとまず完了したと考えられる。今回の検討結果が今後の接続料の算定・認可及び研究会会合における将来の検討等に役立てられることを期待するものである。

- NGNの接続料は、単一の機能に直課される固有設備に係る原価と複数の機能に配賦される共用設備(収容ルータ、中継ルータ、伝送路、SIPサーバ)に係る原価から算定される。
- 固有設備については、各装置ごとのコストをそれぞれ対応する需要で除して機能別接続料を算定。
- 共用設備のうち中継ルータ・伝送路※1については、「QoS換算係数」を加味したトラフィックでコストを除すことでベストエフォートクラスの1パケット当たりコストを算定し、それに同係数を再度加味して法定機能(横串)の品質クラスごとの1パケット当たり接続料単価を算定。(IGS接続などの適用接続料(縦串)は、関係する法定機能を組み合わせて算定)
- なお、平成29年度まで算定に用いていた「帯域換算係数※2」は、情報通信行政・郵政行政審議会答申(平成29年4月14日情郵審第12号)において示された考え方※3を踏まえ、**廃止**された。

※1 中継ダークファイバを含む。

※2 一般的にIP系の装置は帯域差に比して装置価格差が生じておらずスケールメリットが働くことを理由として、NTT東日本・西日本において、通信事業者等で広範な実績のあるルータの価格を基に帯域とコストの関係性を推定し、比率を算出していた。

※3 「コストに応じた考え方によらずにNGNでコスト配賦が行われた場合には、映像伝送以外の比較的狭帯域の機能に係る接続料の収入によって、NTT東日本・西日本の広帯域のサービスが内部相互補助を受けることになってしまいかねないため、映像伝送サービスの競争環境を歪めてしまうことにもなりかねない。」

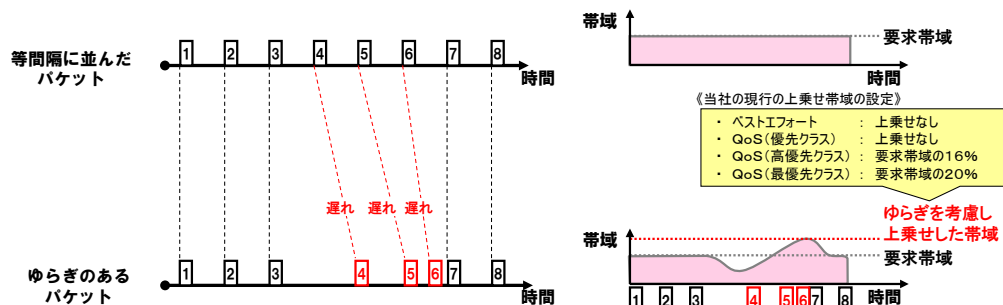
【QoS換算係数及びその加味の方法】

- SIPサーバで帯域を確保している最優先通信及び高優先通信(一部※4のみ。以下同じ。)については、通信品質を確保するため通信そのものに必要な帯域に加えて一定の帯域を上乗せ※5して管理していることを踏まえ、以下の係数値を乗じたトラフィックを接続料算定に使用。

※4 SIPサーバとの連携により、要求帯域に対して一定の帯域を上乗せして管理しているトラフィックに限る。平成30年度適用接続料の算定では、高優先として優先制御されるトラフィックのうち0.1%がこれに当たるとされている。

※5 最優先通信で要求帯域の20%、高優先通信で要求帯域の16%を上乗せ。

$$\text{QoS通信(最優先)} : \text{QoS通信(高優先)} : \text{QoS通信(優先)} \cdot \text{ベストエフォート} = 1.20 : 1.16 : 1.00$$

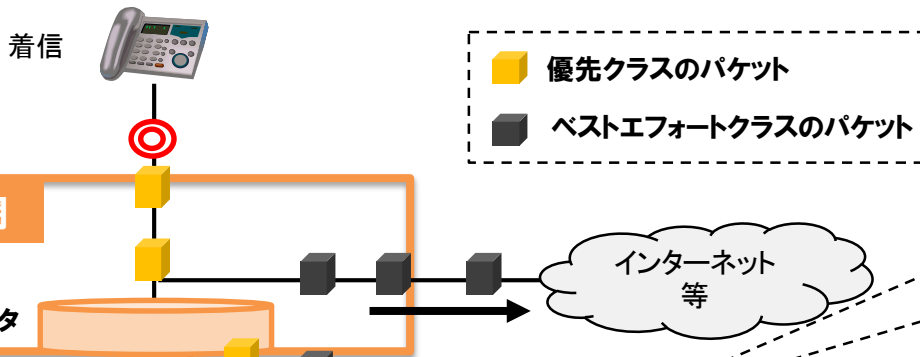


- 等間隔に並んで送信されたパケットが、1つの装置で複数通信のパケットを束ねて転送する際に間隔がずれることを「ゆらぎ」という。
- 「ゆらぎ」があるとパケットの間隔が詰まっているところでより大きい帯域を使うことになる。
- こうした「ゆらぎ」を吸収するために、NGNでは、網管理上、通信要求時の要求帯域に対して上乗せした帯域で管理しており、品質が高いほど上乗せする率を高く設定している。

注) QoS換算係数は、上記のほか、SNI収容ルータのコストをIGS接続・中継局接続に配賦する際にも使用

○ NGN上において、一定の通信品質を確保したサービス(0AB-J IP電話、放送等)を実現するために、品質クラスに応じて**優先してパケットを転送する。**

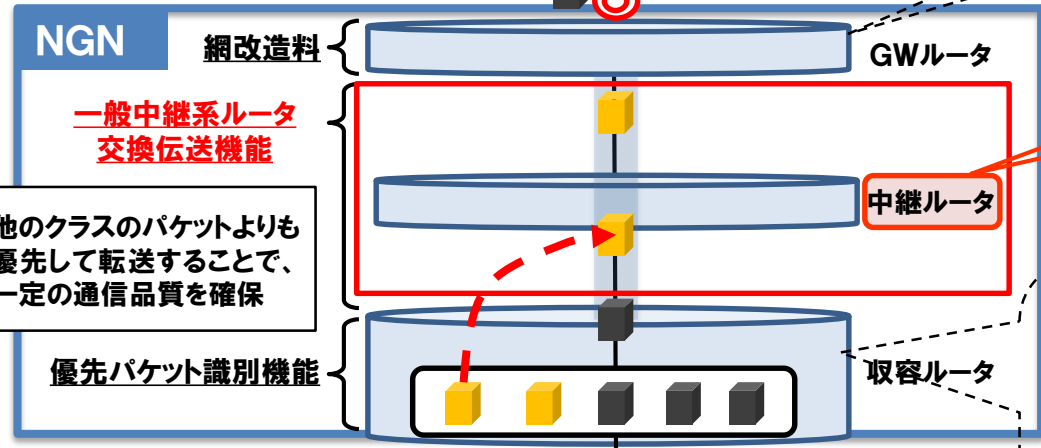
(イメージ)



NGNの品質クラスには、以下の4つがある。
 1.最優先クラス 2.高優先クラス
 3.優先クラス 4.ベストエフォートクラス

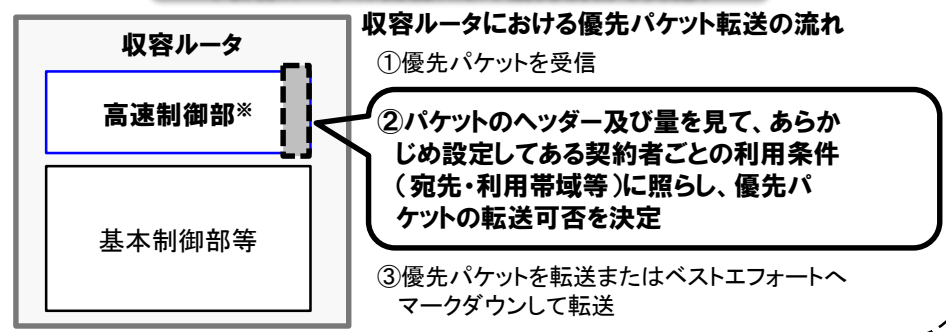
GWルータの機能により優先制御を実施

ゲートウェイルータにおける主な取扱い
 ①優先パケットを受信
 ②あらかじめ設定してあるポートごとの利用条件に照らし、優先パケットの転送可否を決定
 ③優先パケットを転送またはベストエフォートへマークダウンして転送



品質クラスに応じた優先制御を実施

優先パケット識別機能
 (收容ルータの機能により優先制御を実施)



收容ルータにおける優先パケット転送の流れ
 ①優先パケットを受信
 ②パケットのヘッダー及び量を見て、あらかじめ設定してある契約者ごとの利用条件(宛先・利用帯域等)に照らし、優先パケットの転送可否を決定
 ③優先パケットを転送またはベストエフォートへマークダウンして転送

他のクラスの packets よりも優先して転送することで、一定の通信品質を確保



フレッツ光又は光コラボのサービスを利用するユーザ

※ 收容ルータは、高速制御部と基本制御部等から構成されている。高速制御部では、各種サービスの契約の有無を設定情報として保持し、
 ・ 契約者以外からのパケットの破棄、
 ・ 優先サービス契約者からのパケットの優先転送等を行っている。

新係数に係る数式展開及び算出方法の詳細

0. 前提条件

- クラスの定義
 - クラス 1：最優先クラス
 - クラス 2：高優先クラス
 - クラス 3：優先クラス
 - クラス 4：ベストエフォート
- クラス k の平均系内時間： T_k
- クラス k の平均遅延時間： W_k
- パケット長： X
- 設備量(出力帯域)： B
- パケット読出時間： $S = X/B$
- クラス k の帯域使用率： $\rho_k = \lambda_k E[S]$
- 下位クラスの平均待ち時間：
ポラチェックヒンチンの公式

$$T_k = \frac{\sum_n \lambda_n E[S^2]}{2(1 - \sum_{n < k} \lambda_n E[S])(1 - \sum_{n \leq k} \lambda_n E[S])} + E[S]$$

のうち、優先制御に係る影響を受ける右辺第一項に着目し数式を展開する。

$$\begin{aligned} W_k(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, B) &= \frac{\sum_n \lambda_n E[S^2]}{2(1 - \sum_{n < k} \lambda_n E[S])(1 - \sum_{n \leq k} \lambda_n E[S])} \\ &= \frac{\sum_n \lambda_n E\left[\frac{X^2}{B^2}\right]}{2\left(1 - \sum_{n < k} \lambda_n E\left[\frac{X}{B}\right]\right)\left(1 - \sum_{n \leq k} \lambda_n E\left[\frac{X}{B}\right]\right)} \\ &= \frac{\frac{\sum_n \lambda_n E[X^2]}{B^2}}{2\left(1 - \frac{\sum_{n < k} \lambda_n E[X]}{B}\right)\left(1 - \frac{\sum_{n \leq k} \lambda_n E[X]}{B}\right)} \end{aligned}$$

ここで、分子・分母それぞれに B^2 を乗じることにより、

$$\begin{aligned} W_k(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, B) &= \frac{\frac{\sum_n \lambda_n E[X^2]}{B^2} \cdot B^2}{2\left(1 - \frac{\sum_{n < k} \lambda_n E[X]}{B}\right)\left(1 - \frac{\sum_{n \leq k} \lambda_n E[X]}{B}\right) \cdot B^2} \\ &= \frac{\sum_n \lambda_n E[X^2]}{2(B - \sum_{n < k} \lambda_n E[X])(B - \sum_{n \leq k} \lambda_n E[X])} \end{aligned}$$

以降、 $\rho = \lambda_n E[X]$ にて整理することを考慮し、

$$= \frac{E[X^2]}{2E[X]} \cdot \frac{\sum_n \lambda_n E[X]}{(B - \sum_{n < k} \lambda_n E[X])(B - \sum_{n \leq k} \lambda_n E[X])}$$

ここで、 $\frac{E[X^2]}{2E[X]}$ を C と置き換えてると以下の通り整理できる。

$$W_k(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, B) = C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n E[X]}{(B - \sum_{n < k} \lambda_n E[X])(B - \sum_{n \leq k} \lambda_n E[X])} \cdots \text{式①}$$

1. クラス 1 に係る遅延時間・必要設備量の算出

式①を踏まえ、クラス 1～4 のトラヒックが増加した場合であって、遅延時間の増加を解消するために必要な設備量を増加させた場合のクラス 1 の遅延時間の式を求めると、以下のとおりとなる。

$$W_1(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, B) = C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n}{B(B - \lambda_1 E[X])} \cdots \text{式②}$$

$$W_1(\lambda_1 + \Delta\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, B + \Delta B) = C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_1}{(B + \Delta B)(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])} \cdots \text{式③}$$

$$W_1(\lambda_1, \lambda_2 + \Delta\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, B + \Delta B) = C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_2}{(B + \Delta B)(B + \Delta B - \lambda_1 E[X])} \cdots \text{式④}$$

$$W_1(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 + \Delta\lambda_3, \lambda_4, B + \Delta B) = C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_3}{(B + \Delta B)(B + \Delta B - \lambda_1 E[X])} \cdots \text{式⑤}$$

$$W_1(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 + \Delta\lambda_4, B + \Delta B) = C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_4}{(B + \Delta B)(B + \Delta B - \lambda_1 E[X])} \cdots \text{式⑥}$$

上記のクラス 1 の遅延時間は、式② = 式③、式② = 式④、式② = 式⑤、式② = 式⑥の関係となることから、必要設備量 ΔB とトラヒック増分 $\Delta\lambda_k$ の比は以下の通り求めることができる。

【1-1($\Delta B/\Delta\lambda_1$) : クラス 1 のトラヒックが増加した場合に、クラス 1 の遅延時間を解消するための必要設備量】

式② = 式③より、

$$\frac{\sum_n \lambda_n}{B(B - \lambda_1 E[X])} = \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_1}{(B + \Delta B)(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])}$$

$$\frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} = \frac{(B + \Delta B)(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])}{B(B - \lambda_1 E[X])}$$

$$\frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} = \frac{(B + \Delta B)(B - \lambda_1 E[X] + \Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])}{B(B - \lambda_1 E[X])}$$

$$\frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} = \frac{B(B - \lambda_1 E[X])}{B(B - \lambda_1 E[X])} + \frac{\Delta B(B - \lambda_1 E[X])}{B(B - \lambda_1 E[X])} + \frac{B(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])}{B(B - \lambda_1 E[X])} + \frac{\Delta B(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])}{B(B - \lambda_1 E[X])}$$

$$1 + \frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} = 1 + \frac{\Delta B(B - \lambda_1 E[X])}{B(B - \lambda_1 E[X])} + \frac{B(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])}{B(B - \lambda_1 E[X])} + \frac{\Delta B(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])}{B(B - \lambda_1 E[X])}$$

$$\frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])}{B(B - \lambda_1 E[X])}$$

となり、右辺第 3 項については $\Delta B(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])$ が非常に小さな値であり、本数式における誤差に過ぎないため省略し、

$$\frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B}{B} \text{ と整理する。}$$

これを以下のように変形し、

$$\frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X]} = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B}{B}$$

$$\Delta\lambda_1 \left(\frac{1}{\sum_n \lambda_n} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X]} \right) = \Delta B \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B} \right)$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_1} \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B} \right) = \frac{1}{\sum_n \lambda_n} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X]}$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_1} = \frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B}} \text{ を求める。}$$

ここで、更に展開し、

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_1} = \frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B}} = \frac{\frac{E[X]}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right]} + 1} = \frac{\frac{E[X]}{1 - \rho_1} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{1 - \rho_1} + 1} \text{ とし、}$$

更に $E[X]$ で除して、 $E[X]$ を乗じることにより、

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_1} = \frac{\frac{E[X]}{1 - \rho_1} + \frac{E[X]}{\sum_n \lambda_n E[X]}}{\frac{1}{1 - \rho_1} + 1} = \frac{\frac{1}{1 - \rho_1} + \frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1 - \rho_1} + 1} E[X] \dots \text{式A}$$

【1-2($\Delta B/\Delta\lambda_2$) : クラス 2 のトラヒックが増加した場合に、クラス 1 の遅延時間を解消するための必要設備量】

式② = 式④より、

$$\frac{\sum_n \lambda_n}{B(B - \lambda_1 E[X])} = \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_2}{(B + \Delta B)(B + \Delta B - \lambda_1 E[X])}$$

$$\frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_2}{\sum_n \lambda_n} = \frac{(B + \Delta B)(B + \Delta B - \lambda_1 E[X])}{B(B - \lambda_1 E[X])}$$

$$\frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta\lambda_2}{\sum_n \lambda_n} = \frac{(B + \Delta B)(B - \lambda_1 E[X] + \Delta B)}{B(B - \lambda_1 E[X])}$$

$$\frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta\lambda_2}{\sum_n \lambda_n} = \frac{B(B - \lambda_1 E[X])}{B(B - \lambda_1 E[X])} + \frac{\Delta B(B - \lambda_1 E[X])}{B(B - \lambda_1 E[X])} + \frac{B \cdot \Delta B}{B(B - \lambda_1 E[X])} + \frac{\Delta B^2}{B(B - \lambda_1 E[X])}$$

$$1 + \frac{\Delta\lambda_2}{\sum_n \lambda_n} = 1 + \frac{\Delta B(B - \lambda_1 E[X])}{B(B - \lambda_1 E[X])} + \frac{B \cdot \Delta B}{B(B - \lambda_1 E[X])} + \frac{\Delta B^2}{B(B - \lambda_1 E[X])}$$

$$\frac{\Delta\lambda_2}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B^2}{B(B - \lambda_1 E[X])}$$

となり、右辺第 3 項については ΔB^2 が非常に小さな値であり、本数式における誤差に過ぎないため省略し、

$$\frac{\Delta\lambda_2}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B}{B} \text{ と整理する。}$$

これを以下のように変形し、

$$\Delta\lambda_2 \frac{1}{\sum_n \lambda_n} = \Delta B \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B} \right)$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_2} \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B} \right) = \frac{1}{\sum_n \lambda_n}$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_2} = \frac{\frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B}} \text{ を求める。}$$

ここで、更に展開し、

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_2} = \frac{\frac{1}{\frac{\sum_n \lambda_n}{B}}}{\frac{1}{\frac{B - \lambda_1 E[X]}{B}} + \frac{1}{\frac{B}{B}}} = \frac{\frac{1}{\frac{\sum_n \lambda_n}{B}}}{\frac{1}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right]} + 1} = \frac{\frac{1}{\frac{\sum_n \lambda_n}{B}}}{\frac{1}{1 - \rho_1} + 1} \text{ とし、}$$

更に $E[X]$ で除して、 $E[X]$ を乗じることにより、

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_2} = \frac{\frac{E[X]}{\frac{\sum_n \lambda_n E[X]}{B}}}{\frac{1}{1 - \rho_1} + 1} = \frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1 - \rho_1} + 1} E[X] \cdots \text{式B}$$

【1-3($\Delta B/\Delta\lambda_3$) : クラス 3 のトラヒックが増加した場合に、クラス 1 の遅延時間を解消するための必要設備量】

式 B の導出と同様に、式② = 式⑤を展開・整理する。

$$\frac{\sum_n \lambda_n}{B(B - \lambda_1 E[X])} = \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_3}{(B + \Delta B)(B + \Delta B - \lambda_1 E[X])} \text{ より、}$$

$$\frac{\Delta\lambda_3}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B}{B} \text{ と整理する。}$$

これを以下のように変形し、

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_3} = \frac{\frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B}} \text{ を求める。}$$

ここで、更に展開し、

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_3} = \frac{\frac{E[X]}{\frac{\sum_n \lambda_n E[X]}{B}}}{\frac{1}{1 - \rho_1} + 1} = \frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1 - \rho_1} + 1} E[X] \cdots \text{式C}$$

【1-4($\Delta B/\Delta\lambda_4$) : クラス 4 のトラヒックが増加した場合に、クラス 1 の遅延時間を解消するための必要設備量】

式 B の導出と同様に、式② = 式⑥を展開・整理する。

$$\frac{\sum_n \lambda_n}{B(B - \lambda_1 E[X])} = \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_4}{(B + \Delta B)(B + \Delta B - \lambda_1 E[X])} \text{ より、}$$

$$\frac{\Delta\lambda_4}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B}{B} \text{ と整理する。}$$

これを以下のように変形し、

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_4} = \frac{\frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B}} \text{ を求める。}$$

ここで、更に展開し、

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_4} = \frac{\frac{E[X]}{\sum_n \lambda_n E[X]}}{\frac{1}{1 - \rho_1} + 1} = \frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1 - \rho_1} + 1} E[X] \cdots \text{式D}$$

2. クラス 2 に係る遅延時間・必要設備量の算出

次に、式①を踏まえ、クラス 1~4 のトラヒックが増加した場合であって、遅延時間の増加を解消するために必要な設備量を増加させた場合のクラス 2 の遅延時間の式を求めると、以下のとおりとなる。

$$W_2(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, B) = C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \cdots \text{式⑦}$$

$$\begin{aligned} W_2(\lambda_1 + \Delta\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, B + \Delta B) \\ = C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_1}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])} \cdots \text{式⑧} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_2(\lambda_1, \lambda_2 + \Delta\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, B + \Delta B) \\ = C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_2}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \Delta\lambda_2 E[X])} \cdots \text{式⑨} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_2(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 + \Delta\lambda_3, \lambda_4, B + \Delta B) \\ = C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_3}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \cdots \text{式⑩} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_2(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 + \Delta\lambda_4, B + \Delta B) \\ = C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_4}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \cdots \text{式⑪} \end{aligned}$$

上記のクラス 2 の遅延時間は、式⑦ = 式⑧、式⑦ = 式⑨、式⑦ = 式⑩、式⑦ = 式⑪の関係となることから、必要設備量 ΔB とトラヒック増分 $\Delta\lambda_k$ の比は以下の通り求めることができる。

【2-1($\Delta B/\Delta\lambda_1$) : クラス 1 のトラヒックが増加した場合に、クラス 2 の遅延時間を解消するための必要設備量】

式⑦ = 式⑧より、

$$\begin{aligned} \frac{\sum_n \lambda_n}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} &= \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_1}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])} \\ \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta \lambda_1}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{(B - \lambda_1 E[X] + \Delta B - \Delta \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] + \Delta B - \Delta \lambda_1 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \\ \frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta \lambda_1}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} + \frac{(\Delta B - \Delta \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \\ &\quad + \frac{(B - \lambda_1 E[X])(\Delta B - \Delta \lambda_1 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} + \frac{(\Delta B - \Delta \lambda_1 E[X])(\Delta B - \Delta \lambda_1 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \\ 1 + \frac{\Delta \lambda_1}{\sum_n \lambda_n} &= 1 + \frac{\Delta B - \Delta \lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta \lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{(\Delta B - \Delta \lambda_1 E[X])^2}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \\ \frac{\Delta \lambda_1}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{\Delta B - \Delta \lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta \lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{(\Delta B - \Delta \lambda_1 E[X])^2}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \end{aligned}$$

となり、右辺第3項については $(\Delta B - \Delta \lambda_1 E[X])^2$ が非常に小さな値であり、本数式における誤差に過ぎないため省略し、

$$\frac{\Delta \lambda_1}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B - \Delta \lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta \lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \text{ と整理する。}$$

これを以下のように変形し、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \lambda_1}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} - \frac{\Delta \lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} - \frac{\Delta \lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \\ \frac{\Delta \lambda_1}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta \lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta \lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} &= \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \\ \Delta \lambda_1 \left(\frac{1}{\sum_n \lambda_n} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \right) &= \Delta B \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \right) \\ \frac{\Delta B}{\Delta \lambda_1} \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \right) &= \frac{1}{\sum_n \lambda_n} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \\ \frac{\Delta B}{\Delta \lambda_1} &= \frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]}} \text{ を求める。} \end{aligned}$$

ここで、更に展開し、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta B}{\Delta \lambda_1} &= \frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]}} = \frac{\frac{E[X]}{1 - \lambda_1 E \left[\frac{X}{B} \right]} + \frac{E[X]}{1 - \lambda_1 E \left[\frac{X}{B} \right] - \lambda_2 E \left[\frac{X}{B} \right]} + \frac{1}{\frac{\sum_n \lambda_n}{B}}}{\frac{1}{1 - \lambda_1 E \left[\frac{X}{B} \right]} + \frac{1}{1 - \lambda_1 E \left[\frac{X}{B} \right] - \lambda_2 E \left[\frac{X}{B} \right]}} \\ &= \frac{\frac{E[X]}{1 - \rho_1} + \frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{1}{\frac{\sum_n \lambda_n}{B}}}{\frac{1}{1 - \rho_1} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2}} \text{ とし、} \end{aligned}$$

更に $E[X]$ で除して、 $E[X]$ を乗じることにより、

$$\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_1} = \frac{\frac{E[X]}{1 - \rho_1} + \frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{E[X]}{\frac{\sum_n \lambda_n E[X]}{B}}}{\frac{1}{1 - \rho_1} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2}} = \frac{\frac{1}{1 - \rho_1} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{1}{\rho}}{E[X] \left(\frac{1}{1 - \rho_1} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2} \right)} \text{ 式E}$$

【2-2($\Delta B/\Delta\lambda_2$) : クラス 2 のトラヒックが増加した場合に、クラス 2 の遅延時間を解消するための必要設備量】

式⑦ = 式⑨より、

$$\begin{aligned} \frac{\sum_n \lambda_n}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} &= \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_2}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \Delta\lambda_2 E[X])} \\ \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_2}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \Delta\lambda_2 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \\ \frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta\lambda_2}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{(B - \lambda_1 E[X] + \Delta B)(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] + \Delta B - \Delta\lambda_2 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \\ \frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta\lambda_2}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} + \frac{\Delta B(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \\ &\quad + \frac{(B - \lambda_1 E[X])(\Delta B - \Delta\lambda_2 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} + \frac{\Delta B(\Delta B - \Delta\lambda_2 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \\ 1 + \frac{\Delta\lambda_2}{\sum_n \lambda_n} &= 1 + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta\lambda_2 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B(\Delta B - \Delta\lambda_2 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \\ \frac{\Delta\lambda_2}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta\lambda_2 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B(\Delta B - \Delta\lambda_2 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \end{aligned}$$

となり、右辺第 3 項については $\Delta B(\Delta B - \Delta\lambda_2 E[X])$ が非常に小さな値であり、本数式における誤差に過ぎないため省略し、

$$\frac{\Delta\lambda_2}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta\lambda_2 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \text{ と整理する。}$$

これを以下のように変形し、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\lambda_2}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} - \frac{\Delta\lambda_2 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \\ \frac{\Delta\lambda_2}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta\lambda_2 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} &= \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \\ \Delta\lambda_2 \left(\frac{1}{\sum_n \lambda_n} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \right) &= \Delta B \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \right) \\ \frac{\Delta B}{\Delta\lambda_2} \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \right) &= \frac{1}{\sum_n \lambda_n} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \\ \frac{\Delta B}{\Delta\lambda_2} &= \frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]}} \text{ を求める。} \end{aligned}$$

ここで、更に展開し、

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_2} = \frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]}} = \frac{\frac{E[X]}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_2 E\left[\frac{X}{B}\right]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right]} + \frac{1}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_2 E\left[\frac{X}{B}\right]}} = \frac{\frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{1 - \rho_1} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2}}$$

更に $E[X]$ で除して、 $E[X]$ を乗じることにより、

$$\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_2} = \frac{\frac{E[X]}{1-\rho_1-\rho_2} + \frac{E[X]}{\frac{\sum_n \lambda_n E[X]}{B}}}{\frac{1}{1-\rho_1} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2}} = \frac{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2} + \frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1-\rho_1} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2}} E[X] \cdots \text{式F}$$

【2-3($\Delta B/\Delta \lambda_3$) : クラス 3 のトラヒックが増加した場合に、クラス 2 の遅延時間を解消するための必要設備量】

式⑦ = 式⑩より、

$$\begin{aligned} \frac{\sum_n \lambda_n}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} &= \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_3}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \\ \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_3}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \\ \frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta \lambda_3}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{(B - \lambda_1 E[X] + \Delta B)(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] + \Delta B)}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \\ \frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta \lambda_3}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} + \frac{\Delta B(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \\ &\quad + \frac{(B - \lambda_1 E[X])\Delta B}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} + \frac{\Delta B^2}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \\ 1 + \frac{\Delta \lambda_3}{\sum_n \lambda_n} &= 1 + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B^2}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \\ \frac{\Delta \lambda_3}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B^2}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \end{aligned}$$

となり、右辺第 3 項については ΔB^2 が非常に小さな値であり、本数式における誤差に過ぎないため省略し、

$$\frac{\Delta \lambda_3}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \text{ と整理する。}$$

これを以下のように変形し、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \lambda_3}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \\ \Delta \lambda_3 \frac{1}{\sum_n \lambda_n} &= \Delta B \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \right) \\ \frac{\Delta B}{\Delta \lambda_3} \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \right) &= \frac{1}{\sum_n \lambda_n} \\ \frac{\Delta B}{\Delta \lambda_3} &= \frac{\frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]}} \text{ を求める。} \end{aligned}$$

ここで、更に展開し、

$$\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_3} = \frac{\frac{1}{\frac{\sum_n \lambda_n}{B}}}{\frac{1}{\frac{B - \lambda_1 E[X]}{B}} + \frac{1}{\frac{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]}{B}}} = \frac{\frac{1}{\frac{\sum_n \lambda_n}{B}}}{\frac{1}{1 - \lambda_1 E \left[\frac{X}{B} \right]} + \frac{1}{1 - \lambda_1 E \left[\frac{X}{B} \right] - \lambda_2 E \left[\frac{X}{B} \right]}} = \frac{\frac{1}{\frac{\sum_n \lambda_n}{B}}}{\frac{1}{1 - \rho_1} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2}}$$

更に $E[X]$ で除して、 $E[X]$ を乗じることにより、

$$\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_3} = \frac{\frac{E[X]}{\sum_n \lambda_n E[X]}}{\frac{1}{1-\rho_1} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2}} = \frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1-\rho_1} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2}} E[X] \cdots \text{式G}$$

【2-4($\Delta B/\Delta \lambda_4$) : クラス 4 のトラヒックが増加した場合に、クラス 2 の遅延時間を解消するための必要設備量】

式 G の導出と同様に、式② = 式⑩を展開・整理する。

$$\frac{\sum_n \lambda_n}{(B - \lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} = \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_4}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])} \text{ より、}$$

$$\frac{\Delta \lambda_4}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} \text{ と整理する。}$$

これを以下のように変形し、

$$\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_4} = \frac{1}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]}} \text{ を求める。}$$

ここで、更に展開し、

$$\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_4} = \frac{\frac{E[X]}{\sum_n \lambda_n E[X]}}{\frac{1}{1-\rho_1} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2}} = \frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1-\rho_1} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2}} E[X] \cdots \text{式H}$$

3. クラス 3 に係る遅延時間・必要設備量の算出

次に、式①を踏まえ、クラス 1~4 のトラヒックが増加した場合であって、遅延時間の増加を解消するために必要な設備量を増加させた場合のクラス 3 の遅延時間の式を求めると、以下のとおりとなる。

$$W_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, B) = C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \cdots \text{式⑫}$$

$$W_3(\lambda_1 + \Delta \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, B + \Delta B) = C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_1}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \Delta \lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \Delta \lambda_1 E[X])} \cdots \text{式⑬}$$

$$W_3(\lambda_1, \lambda_2 + \Delta \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, B + \Delta B) = C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_2}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \Delta \lambda_2 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \Delta \lambda_2 E[X])} \cdots \text{式⑭}$$

$$W_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 + \Delta \lambda_3, \lambda_4, B + \Delta B) = C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_3}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \Delta \lambda_3 E[X])} \cdots \text{式⑮}$$

$$W_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 + \Delta\lambda_4, B + \Delta B)$$

$$= C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_4}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \cdots \text{式⑬}$$

上記のクラス 3 の遅延時間は、式⑫ = 式⑬、式⑫ = 式⑭、式⑫ = 式⑮、式⑫ = 式⑯の関係となることから、必要設備量 ΔB とトラヒック増分 $\Delta\lambda_k$ の比は以下の通り求めることができる。

【3-1($\Delta B/\Delta\lambda_1$) : クラス 1 のトラヒックが増加した場合に、クラス 3 の遅延時間を解消するための必要設備量】

式⑫ = 式⑬より、

$$\begin{aligned} & \frac{\sum_n \lambda_n}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ &= \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_1}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])} \\ \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ \frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] + \Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] + \Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ \frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ &+ \frac{(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ &+ \frac{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ &+ \frac{(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ 1 + \frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} &= 1 + \frac{\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \\ &+ \frac{(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])^2}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ \frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \\ &+ \frac{(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])^2}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \end{aligned}$$

となり、右辺第 3 項については $(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])^2$ が非常に小さな値であり、本数式における誤差に過ぎないため省略し、

$$\frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \text{ と整理する。}$$

これを以下のように変形し、

$$\frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} - \frac{\Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} - \frac{\Delta \lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \\
\frac{\Delta \lambda_1}{\sum_n \lambda_n} & + \frac{\Delta \lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta \lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \\
& = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \\
\Delta \lambda_1 & \left(\frac{1}{\sum_n \lambda_n} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \right) \\
& = \Delta B \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \right) \\
\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_1} & \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \right) \\
& = \frac{1}{\sum_n \lambda_n} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \\
\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_1} & = \frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]}} \text{ を求める。}
\end{aligned}$$

ここで、更に展開し、

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_1} & = \frac{\frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{B}}{\frac{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]}}{B}} \\
& = \frac{\frac{E[X]}{1 - \lambda_1 E \left[\frac{X}{B} \right] - \lambda_2 E \left[\frac{X}{B} \right]} + \frac{E[X]}{1 - \lambda_1 E \left[\frac{X}{B} \right] - \lambda_2 E \left[\frac{X}{B} \right] - \lambda_3 E \left[\frac{X}{B} \right]} + \frac{1}{\frac{\sum_n \lambda_n}{B}}}{\frac{1}{1 - \lambda_1 E \left[\frac{X}{B} \right] - \lambda_2 E \left[\frac{X}{B} \right]} + \frac{1}{1 - \lambda_1 E \left[\frac{X}{B} \right] - \lambda_2 E \left[\frac{X}{B} \right] - \lambda_3 E \left[\frac{X}{B} \right]}} \\
& = \frac{\frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{1}{\frac{\sum_n \lambda_n}{B}}}{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3}} \text{ とし、}
\end{aligned}$$

更に $E[X]$ で除して、 $E[X]$ を乗じることにより、

$$\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_1} = \frac{\frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{E[X]}{\frac{\sum_n \lambda_n E[X]}{B}}}{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3}} = \frac{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3}} E[X] \cdots \text{式I}$$

【3-2($\Delta B/\Delta \lambda_2$) : クラス 2 のトラヒックが増加した場合に、クラス 3 の遅延時間を解消するための必要設備量】

式 G の導出と同様に、式⑫ = 式⑭を展開・整理する。

$$\frac{\sum_n \lambda_n}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}$$

$$= \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_2}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \Delta \lambda_2 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \Delta \lambda_2 E[X])} \text{より、}$$

$$\frac{\Delta \lambda_2}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B - \Delta \lambda_2 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta \lambda_2 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \text{と整理する。}$$

これを以下のように変形し、

$$\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_2} = \frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]}}$$

を求めらる。

ここで、更に展開し、

$$\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_2} = \frac{\frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{E[X]}{\frac{\sum_n \lambda_n E[X]}{B}}}{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3}} = \frac{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{1}{\rho}}{E[X] \dots \text{式}}$$

【3-3($\Delta B/\Delta \lambda_3$) : クラス 3 のトラヒックが増加した場合に、クラス 3 の遅延時間を解消するための必要設備量】

式⑫ = 式⑮より、

$$\frac{\sum_n \lambda_n}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}$$

$$= \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_3}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \Delta \lambda_3 E[X])}$$

$$\frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_3}{\sum_n \lambda_n} = \frac{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \Delta \lambda_3 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}$$

$$\frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta \lambda_3}{\sum_n \lambda_n} = \frac{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] + \Delta B)(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] + \Delta B - \Delta \lambda_3 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}$$

$$\frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta \lambda_3}{\sum_n \lambda_n} = \frac{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}$$

$$+ \frac{\Delta B(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}$$

$$+ \frac{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(\Delta B - \Delta \lambda_3 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}$$

$$+ \frac{\Delta B(\Delta B - \Delta \lambda_3 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}$$

$$1 + \frac{\Delta \lambda_3}{\sum_n \lambda_n} = 1 + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta \lambda_3 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]}$$

$$+ \frac{\Delta B(\Delta B - \Delta \lambda_3 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}$$

$$\frac{\Delta\lambda_3}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta\lambda_3 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{\Delta B(\Delta B - \Delta\lambda_3 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}$$

となり、右辺第3項については $\Delta B(\Delta B - \Delta\lambda_3 E[X])$ が非常に小さな値であり、本数式における誤差に過ぎないため省略し、

$$\frac{\Delta\lambda_3}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta\lambda_3 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \text{ と整理する。}$$

これを以下のように変形し、

$$\frac{\Delta\lambda_3}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} - \frac{\Delta\lambda_3 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]}$$

$$\frac{\Delta\lambda_3}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta\lambda_3 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]}$$

$$= \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]}$$

$$\Delta\lambda_3 \left(\frac{1}{\sum_n \lambda_n} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \right)$$

$$= \Delta B \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \right)$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_3} \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \right)$$

$$= \frac{1}{\sum_n \lambda_n} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]}$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_3} = \frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]}} \text{ を求める。}$$

ここで、更に展開し、

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_3} = \frac{\frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{B}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]}}$$

$$= \frac{\frac{E[X]}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_2 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_3 E\left[\frac{X}{B}\right]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_2 E\left[\frac{X}{B}\right]} + \frac{1}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_2 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_3 E\left[\frac{X}{B}\right]}$$

$$= \frac{\frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} \text{ とし、}$$

更に $E[X]$ で除して、 $E[X]$ を乗じることにより、

$$\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_3} = \frac{\frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{E[X]}{\frac{\sum_n \lambda_n E[X]}{B}}}{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3}} = \frac{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3}} E[X] \cdots \text{式K}$$

【3-4($\Delta B/\Delta \lambda_4$) : クラス 4 のトラヒックが増加した場合に、クラス 3 の遅延時間を解消するための必要設備量】

式⑫ = 式⑬より、

$$\begin{aligned} & \frac{\sum_n \lambda_n}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ &= \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_4}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_4}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ \frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta \lambda_4}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] + \Delta B)(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] + \Delta B)}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ \frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta \lambda_4}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ &+ \frac{\Delta B(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ &+ \frac{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])\Delta B}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ &+ \frac{\Delta B^2}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ 1 + \frac{\Delta \lambda_4}{\sum_n \lambda_n} &= 1 + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \\ &+ \frac{\Delta B^2}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \\ \frac{\Delta \lambda_4}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \\ &+ \frac{\Delta B^2}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])} \end{aligned}$$

となり、右辺第 3 項については ΔB^2 が非常に小さな値であり、本数式における誤差に過ぎないため省略し、

$$\frac{\Delta \lambda_4}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \text{ と整理する。}$$

これを以下のように変形し、

$$\frac{\Delta \lambda_4}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]}$$

$$\Delta \lambda_4 \frac{1}{\sum_n \lambda_n} = \Delta B \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \right)$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_4} \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \right) = \frac{1}{\sum_n \lambda_n}$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_4} = \frac{\frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]}} \text{ を求める。}$$

ここで、更に展開し、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta B}{\Delta \lambda_4} &= \frac{\frac{1}{\frac{\sum_n \lambda_n}{B}}}{\frac{1}{\frac{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X]}{B}} + \frac{1}{\frac{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]}{B}}} \\ &= \frac{\frac{1}{\frac{\sum_n \lambda_n}{B}}}{\frac{1}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_2 E\left[\frac{X}{B}\right]} + \frac{1}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_2 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_3 E\left[\frac{X}{B}\right]}} \\ &= \frac{\frac{1}{\frac{\sum_n \lambda_n}{B}}}{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3}} \text{ とし、} \end{aligned}$$

更に $E[X]$ で除して、 $E[X]$ を乗じることにより、

$$\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_4} = \frac{\frac{E[X]}{\frac{\sum_n \lambda_n E[X]}{B}}}{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3}} = \frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3}} E[X] \cdots \text{式L}$$

4. クラス 4 に係る遅延時間・必要設備量の算出

次に、式①を踏まえ、クラス 1~4 のトラヒックが増加した場合であって、遅延時間の増加を解消するために必要な設備量を増加させた場合のクラス 4 の遅延時間の式を求めると、以下のとおりとなる。

$$W_4(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, B)$$

$$= C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \cdots \text{式①}$$

$$W_4(\lambda_1 + \Delta \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, B + \Delta B)$$

$$= C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_1}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \Delta \lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X] - \Delta \lambda_1 E[X])} \cdots \text{式⑧}$$

$$W_4(\lambda_1, \lambda_2 + \Delta \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, B + \Delta B)$$

$$= C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_2}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \Delta \lambda_2 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X] - \Delta \lambda_2 E[X])} \cdots \text{式⑨}$$

$$W_4(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 + \Delta \lambda_3, \lambda_4, B + \Delta B)$$

$$= C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_3}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \Delta\lambda_3 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X] - \Delta\lambda_3 E[X])} \dots \text{式⑳}$$

$$W_4(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 + \Delta\lambda_4, B + \Delta B)$$

$$= C \cdot \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_4}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X] - \Delta\lambda_4 E[X])} \dots \text{式㉑}$$

上記のクラス 4 の遅延時間は、式⑰ = 式⑱、式⑰ = 式⑲、式⑰ = 式㉑、式⑰ = 式㉒の関係となることから、必要設備量 ΔB とトラフィック増分 $\Delta\lambda_k$ の比は以下の通り求めることができる。

【4-1($\Delta B/\Delta\lambda_1$) : クラス 1 のトラフィックが増加した場合に、クラス 4 の遅延時間を解消するための必要設備量】

式⑰ = 式⑱より、

$$\begin{aligned} & \frac{\sum_n \lambda_n}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ &= \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_1}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])} \\ & \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} \\ &= \frac{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X] - \Delta\lambda_1 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ & \frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} \\ &= \frac{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] + \Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X] + \Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ & \frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} = \frac{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ & \quad + \frac{(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ & \quad + \frac{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ & \quad + \frac{(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ & 1 + \frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} = 1 + \frac{\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \\ & \quad + \frac{(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])^2}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ & \frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \\ & \quad + \frac{(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])^2}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \end{aligned}$$

となり、右辺第3項については $(\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X])^2$ が非常に小さな値であり、本数式における誤差に過ぎないため省略し、

$$\frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \text{ と整理する。}$$

これを以下のように変形し、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} - \frac{\Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} \\ &\quad + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} - \frac{\Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\lambda_1}{\sum_n \lambda_n} &+ \frac{\Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{\Delta\lambda_1 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \\ &= \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\lambda_1 &\left(\frac{1}{\sum_n \lambda_n} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \right) \\ &= \Delta B \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta B}{\Delta\lambda_1} &\left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \right) \\ &= \frac{1}{\sum_n \lambda_n} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_1} = \frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]}} \text{ を求める。}$$

ここで、更に展開し、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta B}{\Delta\lambda_1} &= \frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]}} \\ &= \frac{\frac{E[X]}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_2 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_3 E\left[\frac{X}{B}\right]} + \frac{E[X]}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_2 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_3 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_4 E\left[\frac{X}{B}\right]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_2 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_3 E\left[\frac{X}{B}\right]} + \frac{1}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_2 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_3 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_4 E\left[\frac{X}{B}\right]}} \\ &= \frac{\frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3 - \rho_4} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3 - \rho_4}} \text{ とし、} \end{aligned}$$

更に $E[X]$ で除して、 $E[X]$ を乗じることにより、

$$\begin{aligned}\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_1} &= \frac{\frac{E[X]}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3} + \frac{E[X]}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3-\rho_4} + \frac{E[X]}{\frac{\sum_n \lambda_n E[X]}{B}}}{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3-\rho_4}} \\ &= \frac{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3-\rho_4} + \frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3-\rho_4}} E[X] \cdots \text{式M}\end{aligned}$$

【4-2($\Delta B/\Delta \lambda_2$) : クラス 2 のトラヒックが増加した場合に、クラス 4 の遅延時間を解消するための必要設備量】

式 G の導出と同様に、式⑰ = 式⑱を展開・整理する。

$$\begin{aligned}& \frac{\sum_n \lambda_n}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ &= \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_2}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \Delta \lambda_2 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X] - \Delta \lambda_2 E[X])} \\ \frac{\Delta \lambda_2}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{\Delta B - \Delta \lambda_2 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta \lambda_2 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \text{と整理する。}\end{aligned}$$

これを以下のように変形し、

$$\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_2} = \frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]}}$$

ここで、更に展開し、

$$\begin{aligned}\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_2} &= \frac{\frac{E[X]}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3} + \frac{E[X]}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3-\rho_4} + \frac{E[X]}{\frac{\sum_n \lambda_n E[X]}{B}}}{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3-\rho_4}} \\ &= \frac{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3-\rho_4} + \frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3-\rho_4}} E[X] \cdots \text{式N}\end{aligned}$$

【4-3($\Delta B/\Delta \lambda_3$) : クラス 3 のトラヒックが増加した場合に、クラス 4 の遅延時間を解消するための必要設備量】

式 G の導出と同様に、式⑰ = 式⑳を展開・整理する。

$$\begin{aligned}& \frac{\sum_n \lambda_n}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ &= \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_3}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \Delta \lambda_3 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X] - \Delta \lambda_3 E[X])} \\ \frac{\Delta \lambda_3}{\sum_n \lambda_n} &= \frac{\Delta B - \Delta \lambda_3 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta \lambda_3 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \text{と整理する。}\end{aligned}$$

これを以下のように変形し、

$$\frac{\Delta B}{\Delta \lambda_3} = \frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]}}$$
 を求める。

ここで、更に展開し、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta B}{\Delta \lambda_3} &= \frac{\frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3 - \rho_4} + \frac{E[X]}{\frac{\sum_n \lambda_n E[X]}{B}}}{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3 - \rho_4}} \\ &= \frac{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3 - \rho_4} + \frac{1}{\frac{\rho}{E[X]}}}{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3 - \rho_4}} E[X] \cdots \text{式O} \end{aligned}$$

【4-4($\Delta B/\Delta \lambda_4$) : クラス 4 のトラヒックが増加した場合に、クラス 4 の遅延時間を解消するための必要設備量】

式⑰ = 式⑱より、

$$\begin{aligned} & \frac{\sum_n \lambda_n}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ &= \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_4}{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X] - \Delta \lambda_4 E[X])} \\ & \frac{\sum_n \lambda_n + \Delta \lambda_4}{\sum_n \lambda_n} \\ &= \frac{(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B + \Delta B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X] - \Delta \lambda_4 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ & \frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta \lambda_4}{\sum_n \lambda_n} \\ &= \frac{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] + \Delta B)(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X] + \Delta B - \Delta \lambda_4 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ & \frac{\sum_n \lambda_n}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta \lambda_4}{\sum_n \lambda_n} = \frac{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ & \quad + \frac{\Delta B(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ & \quad + \frac{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(\Delta B - \Delta \lambda_4 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ & \quad + \frac{\Delta B(\Delta B - \Delta \lambda_4 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \\ & 1 + \frac{\Delta \lambda_4}{\sum_n \lambda_n} = 1 + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta \lambda_4 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \\ & \quad + \frac{\Delta B(\Delta B - \Delta \lambda_4 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])} \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta\lambda_4}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta\lambda_4 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \\ + \frac{\Delta B(\Delta B - \Delta\lambda_4 E[X])}{(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X])(B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X])}$$

となり、右辺第3項については $\Delta B(\Delta B - \Delta\lambda_4 E[X])$ が非常に小さな値であり、本数式における誤差に過ぎないため省略し、

$$\frac{\Delta\lambda_4}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{\Delta B - \Delta\lambda_4 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \quad \text{と整理する。}$$

これを以下のように変形し、

$$\frac{\Delta\lambda_4}{\sum_n \lambda_n} = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \\ - \frac{\Delta\lambda_4 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]}$$

$$\frac{\Delta\lambda_4}{\sum_n \lambda_n} + \frac{\Delta\lambda_4 E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \\ = \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{\Delta B}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]}$$

$$\Delta\lambda_4 \left(\frac{1}{\sum_n \lambda_n} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \right) \\ = \Delta B \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \right)$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_4} \left(\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} \right) \\ = \frac{1}{\sum_n \lambda_n} + \frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]}$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_4} = \frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]} + \frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]}} \quad \text{を求める。}$$

ここで、更に展開し、

$$\frac{\Delta B}{\Delta\lambda_4} = \frac{\frac{\frac{E[X]}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{B}}{\frac{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X]}}{B} + \frac{\frac{1}{B - \lambda_1 E[X] - \lambda_2 E[X] - \lambda_3 E[X] - \lambda_4 E[X]}}{B}} \\ = \frac{\frac{\frac{E[X]}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right]} - \lambda_2 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_3 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_4 E\left[\frac{X}{B}\right]} + \frac{1}{\sum_n \lambda_n}}{B}}{\frac{1}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right]} - \lambda_2 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_3 E\left[\frac{X}{B}\right]} + \frac{1}{1 - \lambda_1 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_2 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_3 E\left[\frac{X}{B}\right] - \lambda_4 E\left[\frac{X}{B}\right]}}$$

$$= \frac{\frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3 - \rho_4} + \frac{1}{\frac{\sum_n \lambda_n}{B}}}{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3 - \rho_4}} \quad \text{とし、}$$

更に $E[X]$ で除して、 $E[X]$ を乗じることにより、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta B}{\Delta \lambda_4} &= \frac{\frac{E[X]}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3 - \rho_4} + \frac{E[X]}{\frac{\sum_n \lambda_n E[X]}{B}}}{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3 - \rho_4}} \\ &= \frac{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3 - \rho_4} + \frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3} + \frac{1}{1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3 - \rho_4}} E[X] \cdots \text{式P} \end{aligned}$$

5. 必要設備量のまとめ

上記を踏まえ、クラス 1~4 のトラヒックが増加した場合における、クラス k の遅延時間の増加を解消するために必要となる設備量は以下のとおりとなる。なお、式 A~P における $E[X]$ は削除して記載。

	クラス 4 のトラヒックが増加	クラス 3 のトラヒックが増加	クラス 2 のトラヒックが増加	クラス 1 のトラヒックが増加
クラス 1 の遅延時間を解消する必要設備量	【式 B・C・D】 $\frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1-\rho_1} + 1}$			【式 A】 $\frac{\frac{1}{1-\rho_1} + \frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1-\rho_1} + 1}$
クラス 2 の遅延時間を解消する必要設備量	【式 G・H】 $\frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1-\rho_1} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2}}$		【式 F】 $\frac{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2} + \frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1-\rho_1} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2}}$	【式 E】 $\frac{\frac{1}{1-\rho_1} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2} + \frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1-\rho_1} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2}}$
クラス 3 の遅延時間を解消する必要設備量	【式 L】 $\frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3}}$	【式 K】 $\frac{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3} + \frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3}}$	【式 I・J】 $\frac{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3} + \frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3}}$	
クラス 4 の遅延時間を解消する必要設備量	【式 P】 $\frac{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3-\rho_4} + \frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3-\rho_4}}$	【式 M・N・O】 $\frac{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3-\rho_4} + \frac{1}{\rho}}{\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3} + \frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3-\rho_4}}$		

ここで、 $\frac{1}{\rho} = C_0$ 、 $\frac{1}{1-\rho_1} = C_1$ 、 $\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2} = C_2$ 、 $\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3} = C_3$ 、 $\frac{1}{1-\rho_1-\rho_2-\rho_3-\rho_4} = C_4$ と置き換えると以下のとおり整理できる。

	クラス 4 のトラヒックが増加	クラス 3 のトラヒックが増加	クラス 2 のトラヒックが増加	クラス 1 のトラヒックが増加
クラス 1 の遅延時間を解消する必要設備量	【式 D】 $\frac{C_0}{C_1 + 1}$	【式 C】 $\frac{C_0}{C_1 + 1}$	【式 B】 $\frac{C_0}{C_1 + 1}$	【式 A】 $\frac{C_1 + C_0}{C_1 + 1}$
クラス 2 の遅延時間を解消する必要設備量	【式 H】 $\frac{C_0}{C_1 + C_2}$	【式 G】 $\frac{C_0}{C_1 + C_2}$	【式 F】 $\frac{C_2 + C_0}{C_1 + C_2}$	【式 E】 $\frac{C_1 + C_2 + C_0}{C_1 + C_2}$
クラス 3 の遅延時間を解消する必要設備量	【式 L】	【式 K】	【式 J】	【式 I】

	$\frac{C_0}{C_2 + C_3}$	$\frac{C_3 + C_0}{C_2 + C_3}$	$\frac{C_2 + C_3 + C_0}{C_2 + C_3}$	$\frac{C_2 + C_3 + C_0}{C_2 + C_3}$
クラス 4 の遅延時間を 解消する必要設備量	【式 P】 $\frac{C_4 + C_0}{C_3 + C_4}$	【式 O】 $\frac{C_3 + C_4 + C_0}{C_3 + C_4}$	【式 N】 $\frac{C_3 + C_4 + C_0}{C_3 + C_4}$	【式 M】 $\frac{C_3 + C_4 + C_0}{C_3 + C_4}$
上記、縦列の内の 最大値	ベストエフォートの 単位トラヒックあたり設備量	優先クラスの 単位トラヒックあたり設備量	高優先クラスの 単位トラヒックあたり設備量	最優先クラスの 単位トラヒックあたり設備量

以上