参考資料5

GDP速報の推定法の改善について*

国友直人†
&
佐藤整尚‡

2010年6月

要約

内閣府が定期的に公表しているGDP速報の推定法における改善可能性について議論する。特にGDP公表の1次速報・2次速報において用いられている設備投資系列、在庫投資系列および季節調整を巡る扱いについて考察し、統計学的立場より若干の改善方法を提案する。

鍵言葉

GDP速報, 1次速報, 2次速報, 季節調整, X-12-ARIMA, 設備投資と在庫投資, 法人企業統計季報, Decomp, 状態空間表現.

1. はじめに

近年の日本経済では多くのマクロ経済時系列が激しく変動していることが観察される。GDP系列をはじめとする主要なマクロ系列では、2005年頃から景気の回復

*KS10-6-29. 本稿は、内閣府経済社会総合研究所国民経済計算部の要請を受け、同研究所客員主任研究官・研究協力者として行った研究の成果である。GDP速報データの統計的解析をすすめていく中で、データおよびデータ分析に関して有益なコメントを寄せてくれた広田茂氏(内閣府)に感謝する。なお云うまでもないが、ここで報告する内容については誤解を含めてあくまで著者に責任は帰する。
†東京大学経済学部
‡統計数理研究所

基調から2008年-2009年にかけての大きな落ち込み、そこから若干の回復基調が続いていることについては、政府当局が公表しているマクロ経済指標の解釈とともに、エコノミストの間において大きく意見が分かれている。

こうした日本のマクロ経済を取り巻く経済変動を背景にして、特に内閣府が作成・公表しているGDP統計、特に四半期GDP速報の数値については幾つかの根強い批判がある。第一には公表される四半期データのGDP伸び率は刻々とかなりの変動を示しており、時にはゼロ付近においてプラスとマイナスが入れ替わりうるなど、GDP速報値による景気判断を困難なものにしている。この問題はGDP速報値にもとづく景気の現況を判断しているエコノミスト、あるいは経済政策を立案する政府関係者などにとり見過ごせない問題となっている。第二にはGDPの1次速報値が発表され、しばらくあとになり2次速報値として改訂、さらにかなり時間が経過したのちに確報値が公表されている。こうした同一時期のGDPについて発表される数値が変更され、速報値、速報値の改訂値、さらにしばらく後に発表される確報値の間のギャップがしばしばかなりの大きさとなる、と指摘されることがある。特に近年での経験から、米国や欧州主要国など先進諸国と比べてもGDP統計をめぐるこうした改訂幅が相対的に大きいので、速報値の信頼性が十分でないことが指摘されている[1]。こうした指摘が的を得ているとすると、特に日本政府の統計当局者にとっては公表している統計数値の信頼性の基盤を揺るがしかねないだけにとどまらず、マクロ経済の動向の把握、経済政策の立案にかかわることもあり、関係者にとって十分に検討すべき緊急の課題となっている。ここで重要な鍵となる統計的問題は、エコノミストや経済学者の多くは原系列ではなく、GDPとその基本的な構成要素の季節調整済系列の変化率・伸び率に関して議論していることである。

本稿ではこうした日本のGDP速報をめぐる最近の問題の中でも特に設備投資系

[1] 我々は海外のGDP推計について詳しくないのでその詳細は不明であるが、例えば米国では少なくともしばらく前まではGDP原系列を公表していない。したがって公表されたGDPデータの推定方法については十分に検討はできない。もし海外のGDP推計の改訂幅が日本より小さいのであれば、本稿で議論しているような原系列の平滑化をより強く行った結果を公表しているのでは、と想像される。

列と在庫投資系列の推計方法および季節性の処理について考察する。GDP速報に関して議論されていることは、時系列データ解析に関する統計学から見ても自明でないことがとりわけ重要である。実は1次速報と2次速報における設備投資系列と在庫投資系列に関して生じる扱いは時系列分析における観測誤差 (measurement errors) をめぐる基本的でかつ重要な幾つかの問題と関わっている。したがって統計的時系列分析 (statistical time series analysis) と呼ばれている統計学的議論なしには当面の問題の根本的な解決策をほどこすことは容易ではないと考えられる。他方、統計的時系列分析自体はこの間飛躍的に進歩しているので、しばらく前までは困難と考えられていたデータ分析なども今では容易に実行できる。そこで、本稿では時系列分析に関するこの間における統計学の展開を踏まえた立場から、GDP統計における課題について一定の改善案を提示できることを指摘したい。

以下では第2節でマクロ経済時系列の変動分析の枠組みを説明する。続いて第3節では設備投資系列の問題、第4節で在庫投資系列の問題をそれぞれ扱う。第5節では季節調整に関して気のついた論点へのコメントを述べ、第6節では本稿で取りあげた問題のより一般的定式化について説明する。最後に第7節で当面の結論を述べる。いくつかの参考図を付録とした。

2. 変動分析の枠組み

時刻 i に観察される変数 Y の原系列 $Y_i(i=1,\cdots,n)$ に変数変換 $g(\cdot)$ [2] をほどこした系列 X_i $(X_i = g(Y_i))$ とする。経済時系列分析では伝統的に時系列 $\{X_i\}$ の時間的変動を分析するために、幾つかの時系列成分からなる加法モデル

$$X_i = T_i + C_i + S_i + TD_i + I_i \tag{2.1}$$

[2] 近年の日本の設備投資や在庫投資などではこうした変換を行わないで加法モデルを利用する方法がより現実的であるが、ここでは説明の便宜上で変換後に加法モデルが妥当であると仮定して説明する。なお変数変換は最適予測に影響することに注意が必要である。例えば対数変換して $X \sim N(0,\sigma^2)$ のときにはゼロ最適予測は $\mathbf{E}[e^X] = e^{(1/2)\sigma^2}$ に対応する。現在のGDP推計における季節調整の運用では在庫投資系列を除き対数変換を利用した乗法モデルを用いている。

を用いて理解することが標準的である。ここでT_iはトレンド成分、C_iは循環成分, S_iは季節成分、TD_iは曜日効果成分、I_iは不規則変動成分を表している。政府統計では重要な季節調整ではT_iとC_iを同時にTC_iと表して分析することがしばしば行われている。例えば各国政府統計当局でよく利用されている（米国センサス局時系列グループが開発した）X-12-ARIMAプログラムは原系列の対数値に対してReg-ARIMAモデルを利用して、X-11プログラムにより移動平均演算を繰り返し計算し、時系列成分を分解し、時系列$\{X_i\}$より季節成分$\{S_i\}$を取り除く方法と理解される[3]。さらにここでは曜日効果成分を無視し、複数の経済時系列X_{ji} $(i=1,\cdots,n;j=1,\cdots,p)$に対し加法モデル

$$X_{ji}=T_{ji}+C_{ji}+S_{ji}+I_{ji} \tag{2.2}$$

を仮定し、トレンド成分、循環成分、季節成分、不規則成分をそれぞれ$T_{ji},C_{ji},S_{ji},I_{ji}$としよう。季節調整の実務ではしばしばトレンド成分と循環成分の区別を無視するので、その場合にはトレンド・循環成分$TC_{ji}=T_{ji}+C_{ji}$とすると、

$$X_{ji}=TC_{ji}+S_{ji}+I_{ji} \tag{2.3}$$

と表現できる。ここではとりあえず季節成分S_{ji}はほぼ適切にあらかじめ推定されていることを仮定しよう[4]。このとき真の季節調整系列を$X_{ji}^{(a)}=X_{ji}-S_{ji}$とすると

$$X_{ji}^{(a)}=TC_{ji}+I_{ji} \tag{2.4}$$

と表現される。

この間、政府当局者や多くのエコノミストは原系列よりむしろ変化率の時系列の動向に関心がある。ここで

$$\Delta X_{ji}^{(a)} = X_{ji}^{(a)}-X_{j,i-1}^{(a)} \tag{2.5}$$

[3] 詳しくは国友 (2006) を参照せよ。

[4] 内閣府 DGP 統計では X-12-ARIMA を利用しているので X-12-ARIMA の運用についてのコメントは5節で述べる。このことは X-12-ARIMA についての妥当性について問題がないということを意味しない。季節調整法を巡る基本的問題については例えば国友 (2006), 国友・高岡 (2010) などを参照されたい。

$$
\begin{aligned}
&= (TC_{ji} - TC_{j,i-1}) + (I_{ji} - I_{j,i-1}) \\
&= \Delta TC_{ji} + \Delta I_{ji}
\end{aligned}
$$

と云う表現が得られる。(ただし ΔX_{ji} $(= X_{ji} - X_{j,i-1})$ は 1 次階差系列とした[5] 。)

ここで経済時系列の変動を解釈する場合には水準系列 $\{X_{ji}\}$ を考察するか階差系列 $\{\Delta X_{ji}\}$ を考察するかにより相違点は小さくないことを強調しておこう。例えばトレンド成分にランダム・ウオーク (random walk) 要素が含まれる場合には、階差操作によりランダム・ウオーク成分は取り除かれるが、循環成分 $\{C_{ji}\}$ が定常的であれば階差により循環成分 $\{C_{ji} - C_{j,i-1}\}$ には MA 単位根が混入するが定常性は維持される。したがって、二つの成分を合計したトレンド・循環成分では仮に原系列におけるランダム・ウオーク成分の階差系列が互いに無相関な確率変数列であったとしても、時系列 $\{\Delta TC_{ji}\}$ の自己相関関数[6] はゼロではない。不規則成分は元々の系列 $\{I_{ji}\}$ が互いに独立な確率変数列であっても階差系列 $\{\Delta I_{ji}\}$ には 1 次自己相関が-1/2 となる 1 次移動平均過程 (MA(1)) となり、系列相関が生じ、分散は 2 倍になる。

1 次速報モデルと 2 次速報モデル

現行の GDP 速報における一つの問題は 1 次速報における情報と 2 次速報における情報が異なることである。1 次速報の公表時には投資データの推定上では一部の直近のデータ (法人企業統計季報) は利用可能ではなく統計的には欠損値 (missing observation) 問題が生じる。GDP 速報では供給側と需要側の設備投資系列を統合して設備投資系列を作成するが、1 次速報では需要側の直近の設備投資系列を予測する必要がある。また在庫投資に関する 4 系列の内 2 系列は法人企業統計季報を利用しているので 1 次速報の公表時にはその変化分を予測する必要がある。

[5] 階差系列 ΔX_{ji} $(i = 1, \cdots, n; j = 1, \cdots, p)$ とすると初期値問題 $X_{j,0}$ が存在する。本稿では単純化の為に階差系列 ΔX_{ji} $(i = 2, \cdots, n; j = 1, \cdots, p)$ として議論をすすめる。

[6] 時間差 ΔTC_{ji} と ΔTC_{jk} $(i \neq k)$ の相関の意味である。統計的時系列分析の基礎事項については例えば山本 (1987) を参照されたい。ただし本稿で利用する時系列の変数誤差モデルについては通常の文献では議論されていない。

ここで通常の統計学における欠損値問題と異なる側面としては、推定・予測する対象が時系列データであるので時間的変動、変動成分間の関係、異なる系列間の関係を無視することは適切でないことである。また欠損値である設備投資系列と在庫投資系列は変動が激しく予測が困難であることが知られている。したがってこれらの投資系列の推計はGDP速報の改善にとって重要な問題である。

3. 設備投資系列

ここで $p = 2$ として、需要側から得られるデータ X_{di}, 供給側から得られるデータを X_{si} とする。需要側の系列から得られる季節性と供給側の系列から得られる季節性は経験的な知見としては、観測上の理由からかなり異なっている[7]。他方、GDPマニュアルで仮定しているように真の(トレンド・循環)成分は同一と考えられるので $TC_{di} = TC_{si} = TC_i$ とする。このとき需要側と供給側の設備投資系列は

$$\Delta X_{di}^{(a)} = \Delta TC_i + \Delta I_{di}\ ,\ \Delta X_{si}^{(a)} = \Delta TC_i + \Delta I_{si}\ , \tag{3.1}$$

と表現される。

観測データとして $\Delta X_{di}^{(a)}, \Delta X_{si}^{(a)}\ (i = 1, \cdots, n-1)$ および $\Delta X_{sn}^{(a)}$ が利用可能な状況を考えよう。このとき需要側の直近の増加分 $\Delta X_{dn}^{(a)}$ を予測する必要が生じる。予測誤差を最小化する[8] という標準的な規準からは最適予測は条件付期待値

$$Y_n = \mathbf{E}[\Delta X_{dn}^{(a)} | I_{n-1}] \tag{3.2}$$

で与えられる。ここで I_{n-1} は $n-1$ 時点における情報集合を表現しているが、条件付期待値は情報 I_{n-1} が与えられた時の期待値を意味する。ここで議論する予測問題が通常の統計的予測と異なる側面は $\Delta X_{sn}^{(a)} \in I_{n-1}$ となっていることである。

[7] 付論に設備投資系列（需要側・供給側の投資系列の加重和より構成）の季節性をプログラムDecomp(4,1,2) で分析した結果を図 3.1 に示しておく。ここで Decomp(s,d,p) において s は季節周期、d はトレンド次数、p は循環成分の自己回帰過程の次数、をそれぞれ意味する。

[8] 標準的には予測の損失関数は原点に対称にとる。実務的に過大予測と過小予測の評価を変化させることも考えられる。

変数誤差 (errors-in-variables) モデル (3.1) を考察する。ここで任意の i, j $(i, j = 1, \cdots, n)$ について

(i) トレンド・循環成分 ΔTC_j と不規則成分 I_{di}, I_{si} が独立,

(ii) トレンド・循環成分 ΔTC_j と不規則成分 I_{di}, I_{si} (期待値はゼロ) が正規分布にしたがう,

ことを仮定しよう。すなわち $i = 2, \cdots, n$ に対して

$$
\begin{bmatrix} \Delta TC_i \\ I_{di} \\ I_{si} \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} \xi_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{\xi\xi} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{dd} & \sigma_{ds} \\ 0 & \sigma_{sd} & \sigma_{ss} \end{bmatrix} \right) \tag{3.3}
$$

と表現する。ここで ξ_i は (トレンド・循環) 成分の階差系列 ΔTC_i の期待値 (期待成長率) を意味するが $\xi_i = \xi$ (一定) とするのがもっとも単純な設定であろう。$\sigma_{\xi\xi}$ は ΔTC_i の分散、$\sigma_{dd}, \sigma_{ss}, \sigma_{ds}$ は需要側・供給側の不規則変動の分散と共分散を表している。

こうした仮定の下で直近に観察される情報 $\Delta X_{sn}^{(a)}$ の値を使ってまだ観測できない $\Delta X_{dn}^{(a)}$ の値を予測する時には最適予測量は

$$
\begin{aligned}
\mathbf{E}[\Delta X_{dn}^{(a)} | \Delta X_{sn}^{(a)}] &= \mathbf{E}[\Delta X_{dn}^{(a)}] + \frac{Cov(\Delta X_{dn}^{(a)}, \Delta X_{sn}^{(a)})}{V(\Delta X_{sn}^{(a)})} \left(\Delta X_{sn}^{(a)} - \mathbf{E}[\Delta X_{sn}^{(a)}] \right) \\
&= \left(\frac{\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{ds}}{\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{ss}} \right) \Delta X_{sn}^{(a)} + \left(1 - \frac{\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{ds}}{\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{ss}} \right) \xi_n
\end{aligned} \tag{3.4}
$$

により構成できる。このときの予測の平均二乗誤差は

$$
\begin{aligned}
MSE_1 &= \mathbf{E}\left[(Y_n - \Delta X_{dn}^{(a)})^2 \right] \\
&= (\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{dd})[1 - \frac{(\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{ds})^2}{(\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{ss})(\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{dd})}] \\
&= [2\sigma_{ss} + 2\sigma_{dd} - 4\sigma_{ds}] - 4\frac{(\sigma_{ss} - \sigma_{ds})^2}{(\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{ss})} .
\end{aligned} \tag{3.5}
$$

で与えられる。

予測を巡る注意事項1：

(i) 実際の予測では ξ_n を構成する必要がある。例えば階差についての定常性の仮定の下では過去の平均値を利用することが可能である。

(ii) ただしトレンド・循環成分において構造変化まで考慮すると長い過去の平均値を利用することには弊害も生じうる。

次に同時点の供給側の推定値 $\Delta X_{ds}^{(a)}$ を予測量として利用すると[9]、その予測の平均二乗誤差は

$$MSE_1' = 2\sigma_{ss} + 2\sigma_{dd} - 4\sigma_{ds} \tag{3.6}$$

となる。この予測量は一般に最適予測ではないので MSE_1' は MSE_1 よりも小さくなり得ない。

また直近の ΔTC_n を情報として利用することが可能であれば ΔX_{dn} を予測する最適予測量は

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\Delta X_{dn}^{(a)}|\Delta TC_n] &= \xi_n + \frac{Cov(\Delta X_{dn}^{(a)}, \Delta TC_n)}{V(\Delta TC_n)}(\Delta TC_n - \xi_n) \\ &= \xi_n + (\Delta TC_n - \xi_n) \\ &= \Delta TC_n \end{aligned} \tag{3.7}$$

となる。このときの予測の平均二乗誤差は

$$MSE_2 = (\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{dd})[1 - \frac{(\sigma_{\xi\xi})^2}{\sigma_{\xi\xi}(\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{dd})}] = 2\sigma_{dd} \tag{3.8}$$

で与えられる。したがって

$$MSE_1 - MSE_2 = \frac{2}{(\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{ss})}[\sigma_{\xi\xi}\sigma_{s,s} - 2\sigma_{ds}(\sigma_{ds} + \sigma_{\xi\xi})] \tag{3.9}$$

すなわち例えば不規則変動の共分散 σ_{ds} が小さければ $MSE_1' > MSE_2, MSE_1 > MSE_2$ となる。直観的には供給側系列の不規則変動の影響を取り除くことにより、より良い予測が可能になることを意味する。

[9] この方法は現行の方法に近いと考えられる。

さらに一般的に直近の ΔTC_n および過去の ΔTC_j $(j \le n-1)$ を情報として利用することを考えよう。例えば $j=1$ として変数誤差モデル

$$(3.10) \qquad \begin{bmatrix} \Delta TC_i \\ \Delta TC_{i-1} \\ I_{di} \\ I_{si} \end{bmatrix} \sim N\left(\begin{bmatrix} \xi_i \\ \xi_{i-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{\xi_i,\xi_i} & \sigma_{\xi_i,\xi_{i-1}} & 0 & 0 \\ \sigma_{\xi_{i-1},\xi_i} & \sigma_{\xi_{i-1},\xi_{i-1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{dd} & \sigma_{ds} \\ 0 & 0 & \sigma_{sd} & \sigma_{ss} \end{bmatrix} \right)$$

という表現を利用して考察する。ここで $\sigma_{\xi_i\xi_i}$ は ΔTC_i の分散、$\sigma_{\xi_i\xi_{i-1}}$ は ΔTC_i と ΔTC_{i-1} の共分散を表すものとする[10]。

一般には情報 ΔTC_j $(j \le n)$ が与えられた下での ΔTC_n の最適予測量は ΔTC_j $(j \le n)$ の線形関数で与えられる。変数誤差モデル (3.1) では一般に次のことが成立することを示せる。

定理1：変数誤差モデル (3.1) において条件 (i), 条件 (ii) を仮定する。現在・過去のトレンド・循環成分に基づく予測の平均二乗誤差を最小にする予測量は

$$(3.11) \qquad \mathbf{E}[\Delta X_{dn}^{(a)} | \Delta TC_n, \Delta TC_j\ (j \le n-1)] = \Delta TC_n$$

で与えられ、予測の平均二乗誤差は $MSE_2^* = 2\sigma_{dd}$ となる。

証明の概略：任意のラグ数 q (>1) をとり確率変数ベクトル $(1 \times (q+1))$

$$\mathbf{Y}_n = (\Delta TC_n, \Delta TC_{n-1}, \cdots, \Delta TC_{n-q})$$

とする。確率変数ベクトル $(\Delta X_{dn}^{(a)}, \mathbf{Y}_n)$ の分散共分散行列 $((q+1) \times (q+1)$ を $\mathbf{\Sigma}$, 確率変数 $\Delta X_{dn}^{(a)}$ と確率変数ベクトル $\mathbf{Y}_n$ の共分散ベクトル

$$(3.12) \qquad \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{Cov}[\Delta X_{dn}^{(a)}, (\Delta TC_n, \Delta TC_{n-1}, \cdots, \Delta TC_{n-q})]$$

とすると等号

$$(3.13) \qquad \boldsymbol{\sigma}\mathbf{\Sigma}^{-1} = (1, 0, \cdots, 0)$$

[10] 一般に循環成分には自己相関 (autocorrelation) が存在するが確率過程について定常性 (stationarity) が仮定できれば自己相関は時間差のみに依存する。

が成り立つ。したがって最適予測量は (3.11) で与えられる。 **Q.E.D.**

さらに予測に利用する情報として供給側の不規則変動成分 I_{sn} (あるいは $\Delta X_{sn}^{(a)}$) を利用することも考えられる。このとき次のことが成り立つ。

系 1： 変数誤差モデル (3.1) において条件 (i), 条件 (ii) に加えて条件 (iii)$\sigma_{ds}=0$ を仮定する。現在・過去のトレンド・循環成分および不規則成分に基づく予測の平均二乗誤差を最小にする予測量は

$$\mathbf{E}[\Delta X_{dn}^{(a)}|\Delta TC_n, I_{s,n}, \Delta TC_j\ (j \leq n-1)] = \Delta TC_n \tag{3.14}$$

で与えられ、予測の平均二乗誤差は $MSE_2^* = 2\sigma_{dd}$ となる。

予測を巡る注意事項 2：

(i) 実際に推定される σ_{ds} は小さいので予測に取り込んでも改善幅は小さい。逆に (ii) で述べるようにノイズを混入させる可能性がある。

(ii) ここで説明した最適予測の方法はあくまで同時点のトレンド・循環成分が既知という仮定の下での最適性である。X-12-ARIMA をはじめ実際には現在・過去のデータより TC_n を推定する必要があり、推定誤差が発生する。例えば経済の循環変動 $\{C_i\}$ の存在などを考慮すると、原理的にはより良い予測方式が得られる可能性がある。より具体的には季節性、トレンド、循環成分など時系列の状態を観察される時系列より推定する必要がある[11]。なお、より正確な状態の推定には 6 節で説明するように制約条件 $TC_{1i} = TC_{2i} = TC_i$ を課して状態を推定する必要がある[12]。

(iii) さらにここでは真の季節性を除去できていることが仮定されていることを注意する必要があろう。X-12-ARIMA の運用を前提とすると全体として整合的に季節調整を行うことはそれほど容易なことではない。例えば現行の方法は季節性と割り戻して推定系列を計算し、最後に別の X-12-ARIMA モデルにより季節調整を行っている、ことなどについては改善可能性がある。

[11] こうした問題を時系列のフィルタリング問題と呼ばれている。

[12] 既存の X-12-ARIMA では状態についてこうした制約を課すことは不可能であろう。

設備投資系列の分析結果

ここで分析に用いたデータは1994年Q1〜2009年Q4間の民間企業設備投資系列、1994年Q1〜2009年Q4間の民間企業設備の供給側・需要側補助系列(名目値)である。まずDecompを利用して変動要因を分解し、さらに抽出した成分を利用して分析した。

(i) 公表系列である民間企業設備系列はこの間、かなり激しく変動している。季節成分は明確に観察されているが、ここ2年程度の変動は2006年頃までにトレンド成分・循環成分として観察されている変動とはかなり異なっている。他方、変化点分析を行うにはなおデータが十分に蓄積されているとは判断できないので、今回の分析ではそうした分析は行わないこととした。

(ii) 需要側と供給側から推定した不規則変動間の相関はあまり大きくないのに対して、二つのトレンド・循環成分 ΔTC_i の相関はかなり大きい。したがって供給側から推計したの ΔTC_n による予測法はかなりの妥当性があると思われる。

(iii) 同時点のトレンド・循環成分に加えて過去の情報 $\Delta TC_{n-j}, j \geq 1$ を用いる予測法も検討した。供給側から推計した ΔTC_n による予測法に比べてより複雑な予測法になる半面、予測誤差から判断する限り (i) に比べて明確な優位性までは確認できなかった。

(iv) 時系列の統計的予測法として考えられる幾つかの方法と (i) で述べた予測法の予測力の比較に関して検討した結果の一例を付録の参考図5.1として示しておく。その図では1次速報・2次速報、およびTC成分による予測、TCI成分による予測、国友・佐藤(2010)が提案している平均予測法 ($k = h = 1$) を原水準と前期比について比較した[13]。図5.1に需要側・供給側系列の双方から合成した設備投資系列の(事前的な意味での)予測力を比較した結果を示しておく。実用上は前期比の予測力が最も重要なので（しばしば実務家が行うあと知恵的ではなく）「事前的な意味における予測量の比較」を行った。今回我々が行った分析によればTC系列による予測法の有

[13] 実際に公表されている設備投資系列の推定ではソフトウエアの扱い、実質化を巡る実務的問題などがあるので今回の検討作業ではもっとも基本的な系列の分析のみに限定した。

効性が確認できた[14]。

4. 在庫投資系列

ここで記号の簡単化の為に $p=2$ として、系列1として得られるデータ $X_{1i}^{(a)}$, 系列2として得られるデータを $X_{2i}^{(a)}$ とする。系列1と系列2について得られる季節性については経験的な知見として観測上の理由からかなり異なっている[15]。このとき二つの系列の合成として在庫投資系列は構成されるが各系列は

$$\Delta X_{1i}^{(a)} = \Delta TC_{1i} + \Delta I_{1i}\ ,\ \Delta X_{2i}^{(a)} = \Delta TC_{2i} + \Delta I_{2i}\ , \tag{4.1}$$

と表現される。このとき合計系列 $X_i^{(a)} = X_{1i}^{(a)} + X_{2i}^{(a)}$ の系列はトレンド・循環成分 $TC_i = TC_{1i} + TC_{2i}$, 不規則変動成分 $I_i = I_{1i} + I_{2i}$ により

$$X_i^{(a)} = TC_i + I_i \tag{4.2}$$

と表される。

観測データとして $\Delta X_{1i}^{(a)}, \Delta X_{2i}^{(a)}$ $(i = 1, \cdots, n-1)$ および同時点における第1系列 $\Delta X_{1n}^{(a)}$ が利用可能な状況を考えよう。このとき在庫系列を推定するには系列2の直近の増加分 $\Delta X_{2n}^{(a)}$ を予測する必要が生じる。予測誤差を最小化するという標準的な規準からは最適予測は条件付期待値

$$Y_n = \mathbf{E}[\Delta X_{2n}^{(a)} | I_{n-1}] \tag{4.3}$$

---

[14] 1次速報・2次速報の公表系列自体も過去に遡り改定されることがあることに注意しておく。実際の公表系列を用いる予測力の比較はシミュレーション上の比較よりはるかに困難である。ここで用いたのはできる限り各公表時点において利用可能であったデータおよびその次の時点に公表されたデータであり、実データに基づいてなるべくフェアに予測力を比較した。

[15] 実際には観測可能な2系列、欠損値が2系列あるがここでは議論の単純化の為に集計したと考えればよい。付論に在庫4系列(原系列)の季節性をプログラム Decomp(4,1,1)(原材料在庫・仕掛在庫)および Decomp(4,1,1))(製品在庫・流通在庫)で分析した結果を図 4.1-図 4.4(図 4.5 は在庫の和系列の集計値を分析した結果)に示しておく。